

Inżynieria materiałowa

Dr hab. Paweł Żukowski

Katedra Urządzeń Elektrycznych i TWN

Podręczniki:

1. Dr. hab. Paweł Żukowski, prof. PL. : Wykłady z przedmiotu Inżynieria Materiałowa. Microsoft PowerPoint, Politechnika Lubelska, 2020r., 280 str.

<http://www.kueitwn.pollub.pl/index.php/dydaktyka/>

2.K. Kolbiński, J. Słowikowski. Materiałoznawstwo elektrotechniczne. Warszawa, 1975r.

3. Z. Celiński. Materiałoznawstwo elektrotechniczne. Warszawa, 1998r.

4. C.A. Wert, R.M. Thomson. Fizyka ciała stałego. Warszawa, 1975r.

Cele przedmiotu

C1	Zapoznanie studentów z podziałem materiałów elektrotechnicznych na podstawowe grupy według ich właściwości i zastosowań
C2	Zapoznanie ze strukturą pasmowa metali, dielektryków i półprzewodników
C3	Właściwości materiałów przewodzących i ich podział według przeznaczenia
C4	Przewodnictwo półprzewodników samoistnych, donorowych i akceptorowych, nierównowagowe nośniki prądu, czas życia
C5	Właściwości złącza p – n. Zastosowania złącza p – n w odnawialnych źródłach energii, elementach elektrotechnicznych i elektronicznych
C6	Polaryzacja materiałów dielektrycznych
C7	Przewodzenie dielektryków. Rezystywność skrośna i powierzchniowa
C8	Straty mocy w dielektrykach
C9	Rodzaje przebieg, przebiecie w gazach, cieczach i dielektrykach stałych
C10	Starzenie się materiałów izolacyjnych
C11	Podstawowe właściwości materiałów magnetycznych. Pętla histerezy
C12	Straty na przemagnesowanie lub straty na histerezę. Straty na prądy wirowe
C13	Materiały magnetyczne na częstotliwość 50 Hz

Efekty kształcenia

	W zakresie wiedzy:
EK 1	Student potrafi opisać strukturę pasmowa i podstawowe właściwości metali, dielektryków i półprzewodników
EK 2	Student jest w stanie wymienić właściwości materiałów przewodzących i ich podział według przeznaczenia
EK 3	Student może wskazać podstawowe właściwości materiałów magnetycznych, straty na przemagnesowanie i na prądy wirowe
EK 4	Student potrafi objaśniać straty energii w dielektrykach oraz starzenie się materiałów izolacyjnych
	W zakresie umiejętności:
EK 5	Student jest w stanie wykonywać pomiary podstawowych właściwości materiałów przewodzących, izolacyjnych, półprzewodnikowych oraz ferromagnetycznych
EK 6	Student może analizować różnice w wytrzymałości dielektrycznej materiałów izolacyjnych stałych, cieczy i gazów
EK 7	Student może zaprezentować zastosowanie właściwości półprzewodników w elementach półprzewodnikowych, takich jak prostowniki, ogniwa słoneczne, diody świetlne i LED, elementy ochronne i inne
EK 8	Student może sformułować wpływ podstawowych czynników na straty mocy w blasze transformatorowej
	W zakresie kompetencji społecznych
EK 9	Student posiada świadomość wpływu jakości materiałów zastosowanych w urządzeniach elektrotechnicznych na niezawodność zasilania w energię elektryczną i redukcję jej strat

Treści programowe przedmiotu

Forma zajęć – wykłady

	Treści programowe	Liczba godzin
W1	Wstęp. Podział materiałów elektrotechnicznych	2
W2	Podstawowe pojęcia i terminy: ładunek, natężenie pola elektrycznego, różnica potencjałów. Prawo Ohma w postaci różniczkowej. Konduktywność. Czas relaksacji. Prędkość unoszenia. Temperaturowa zależność rezystywności metali.	2
W3	Podstawy mechaniki kwantowej ciał stałych. Struktura pasmowa metali, dielektryków i półprzewodników. Struktura krystaliczna.	2
W4	Właściwości materiałów przewodzących. Materiały przewodowe.	2
W5	Materiały stykowe. Materiały na styki rozłączne Niezawodność pracy łączników. Materiały na styki ślizgowe.	2
W6	Mechanizmy polaryzacji dielektryków. Przewodzenie dielektryków. Pomiar rezystywności skrośnej i powierzchniowej.	2
W7	Straty energii w dielektrykach. Schematy zastępcze dielektryków. Tangens kąta strat. Mechanizmy strat w materiałach izolacyjnych.	2
W8	Wytrzymałość dielektryczna materiałów izolacyjnych. Rodzaje przebić. Przebicie w gazach. Przebicie w cieczach. Przebicie w ciałach stałych.	2
W9	Starzenie się materiałów izolacyjnych. Szybkość reakcji chemicznych w procesach starzeniowych. Materiały izolacyjne gazowe. Materiały izolacyjne ciekłe.	2

W10	Materiały izolacyjne stałe nieorganiczne. Materiały izolacyjne stałe naturalne organiczne. Polimery, tworzywa sztuczne.	2
W11	Właściwości podstawowych materiałów magnetycznych. Pierwotna krzywa magnesowania. Przenikalność magnetyczna. Pętla histerezy. Magnesowanie dla prądu przemiennego.	2
W12	Materiały magnetyczne na częstotliwość 50 Hz. Straty na przemagnesowanie lub straty na histerezę. Straty na prądy wirowe. Magnes stały. Materiały z prostokątną pętlą histerezy.	2
W13	Półprzewodniki samoistne. Elektrony i dziury. Domieszkowanie donorowe. Domieszkowanie akceptorowe. Ruchliwość elektronów i dziur. Nośniki mniejszościowe.	2
W14	Wytwarzanie krzemu monokrystalicznego metodą Czochralskiego. Nierównowagowe nośniki ładunku. Złącze p – n. Właściwości złącza p – n i ich zastosowania: pojemność elektryczna, zjawiska fotoelektryczne , przebicie, elektroluminescencja. Czujniki Halla.	2
W15	Zaliczenie pisemne – test.	2
	Suma godzin:	30

Forma zajęć – laboratoria

	Treści programowe	Liczba godzin
LW	Wprowadzenie do ćwiczeń z przedmiotu Inżynieria Materiałowa	2
L1	Podstawowe właściwości materiałów przewodzących	2
L2	Pomiar właściwości elektrycznych dielektryków stałych	2
L3	Pomiar podstawowych właściwości materiałów półprzewodnikowych	2
L4	Badanie podstawowych właściwości materiałów ferromagnetycznych	2
L5	Porównanie wytrzymałości dielektrycznej cieczy i gazów	2
L6	Materiały ferroelektryczne	2
L7	Badanie elementów ochronnych niskiego napięcia	2
L8	Badanie właściwości optycznych półprzewodników	2
L9	Warikapy	2
L10	Wyznaczanie charakterystyk prądowo-napięciowych złącz p-n wykonanych z różnych materiałów półprzewodnikowych	2
L11	Wyznaczanie temperaturowych zależności prądu wstecznego diod wykonanych z różnych materiałów półprzewodnikowych	2
L12	Badanie właściwości ogniw słonecznych	2
LZ1	Zaliczenie ustne lub pisemne pierwszej serii z 6 ćwiczeń	2
LZ2	Zaliczenie ustne lub pisemne drugiej serii z 6 ćwiczeń	2

Sposoby oceny		
Ocena formująca		
F1	Sprawdzenie poziomu przygotowania studentów do każdego ćwiczenia przed przystąpieniem do wykonania	
Ocena podsumowująca		
P1	Wykłady – zaliczenie pisemne w formie testów	
P2	Ćwiczenia laboratoryjne – zaliczenie podsumowujące na podstawie zaliczeń szcztątkowych ustnych lub pisemnych (do wyboru przez wykładowcę prowadzącego zajęcia) po pierwszej i drugiej seriach ćwiczeń	
Obciążenie pracą studenta		
L p.	Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
1	Godziny kontaktowe z wykładowcą, w tym:	60
2	Udział w wykładach	30
3	Udział w ćwiczeniach	30
4	Praca własna studenta, w tym:	40
5	Przygotowanie do ćwiczeń w oparciu o literaturę przedmiotu	25
6	Rozwiązywanie samodzielne zadań	-
7	Samodzielne przygotowanie do zaliczenia wykładu	15
8	Łączny czas pracy studenta	100
9	Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu, w tym:	4 ECTS
10	Liczba punktów ECTS uzyskiwana podczas zajęć wymagających bezpośredniego udziału wykładowcy	2,4 ECTS
11	Liczba punktów ECTS w ramach zajęć o charakterze praktycznym (ćwiczenia, laboratoria, projekty)	1,2 ECTS

Podział materiałów elektrotechnicznych

1. Materiały przewodzące

$$\rho \leq 10^{-6} \Omega \cdot m$$

2. Półprzewodniki

$$10^{-4} \Omega \cdot m < \rho < 10^6 \Omega \cdot m$$

3. Materiały magnetyczne

$$\mu \gg 1$$

4. Materiały izolacyjne

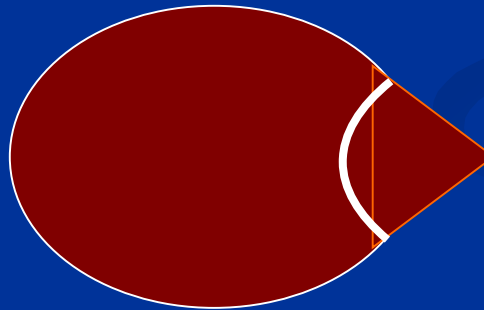
$$\rho \geq 10^{10} \Omega \cdot m$$

5. Materiały konstrukcyjne

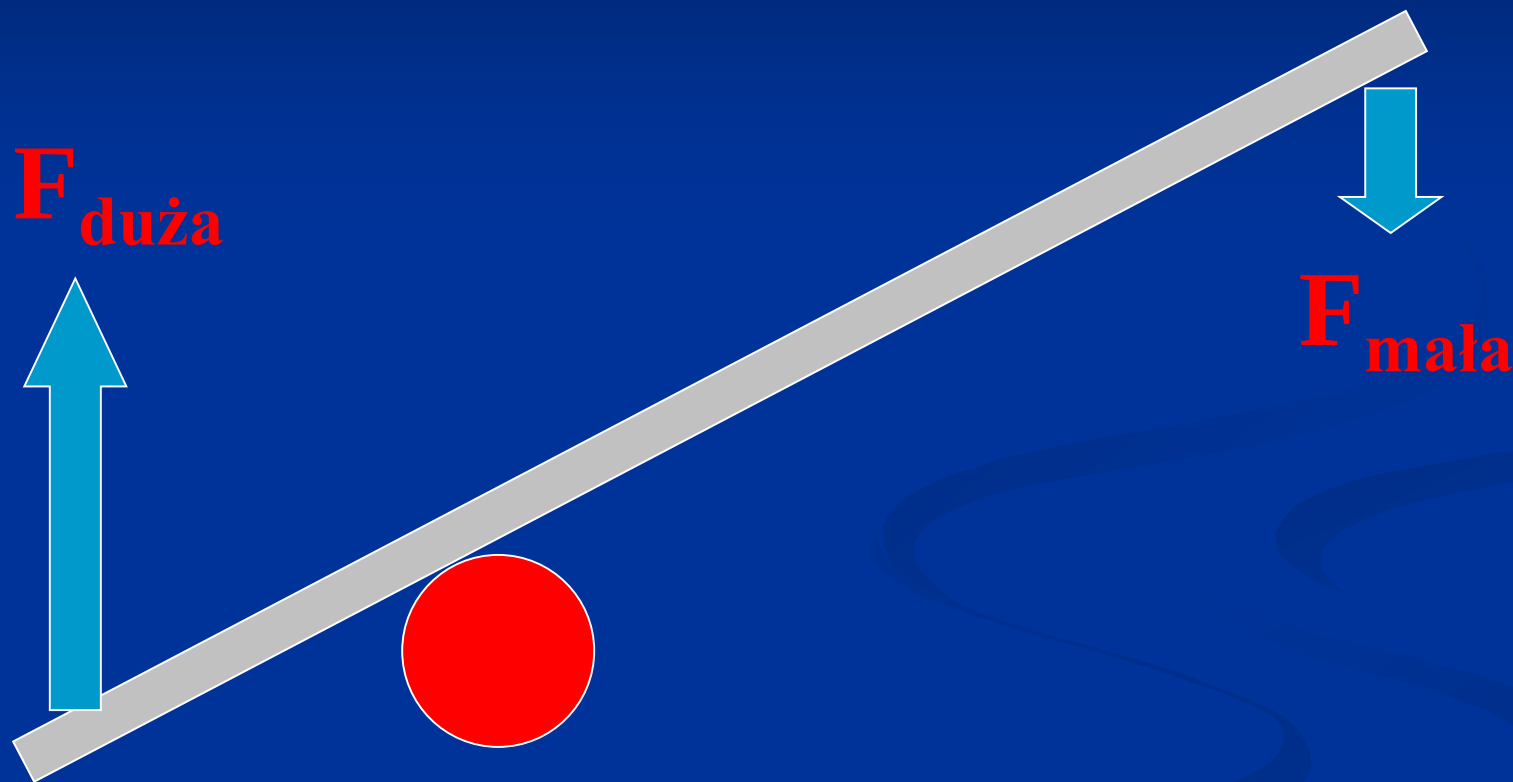
■ Wazniejsze osiągnięcia w technice

■ 1. Dłuto kamienne

Nóż, piła, obróbka skrawaniem

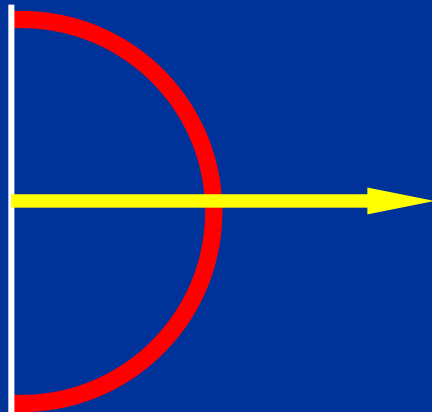


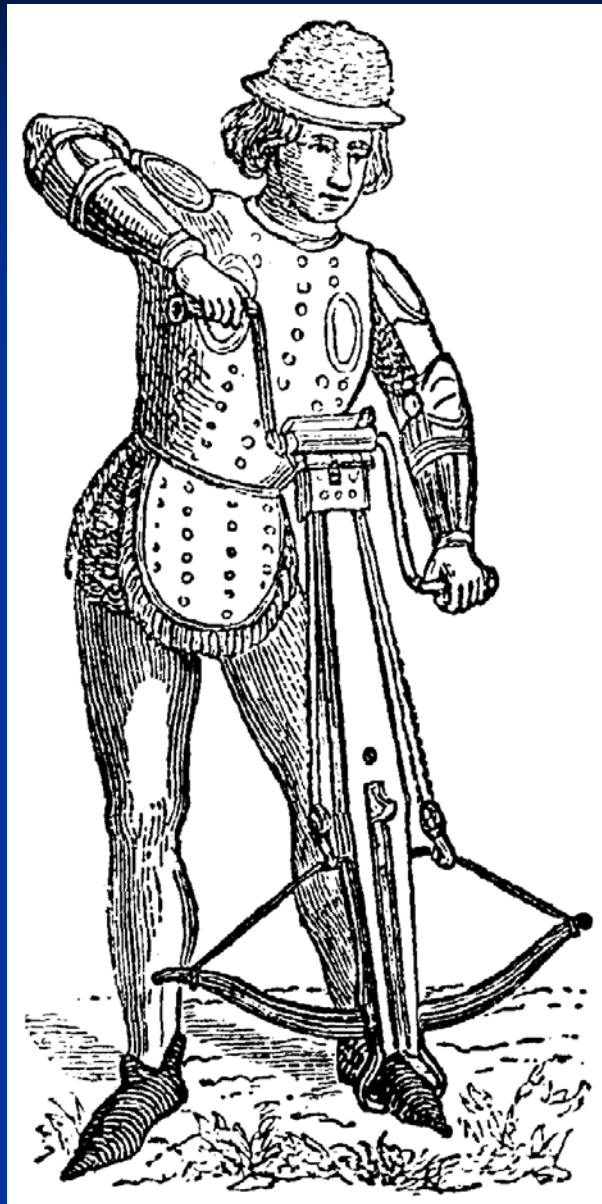
■ 2.Dźwignia



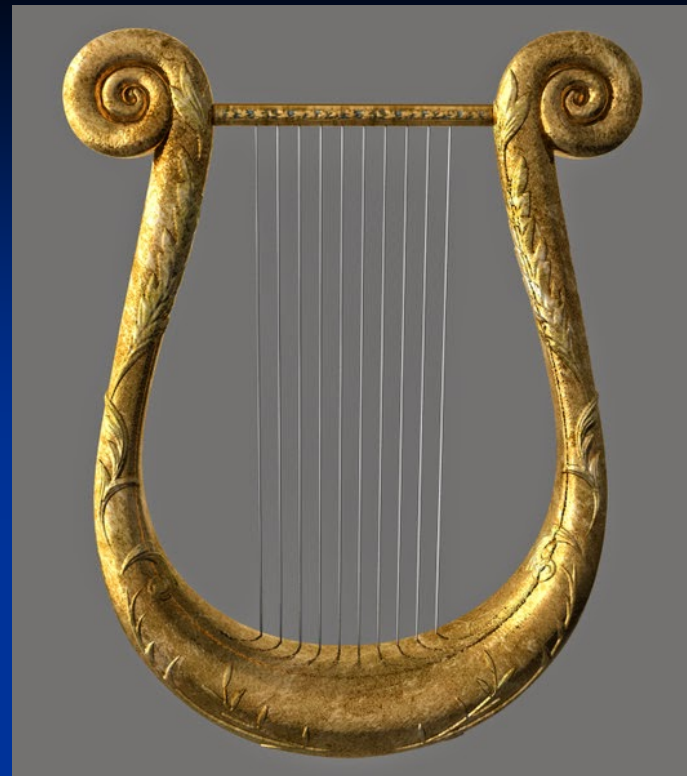
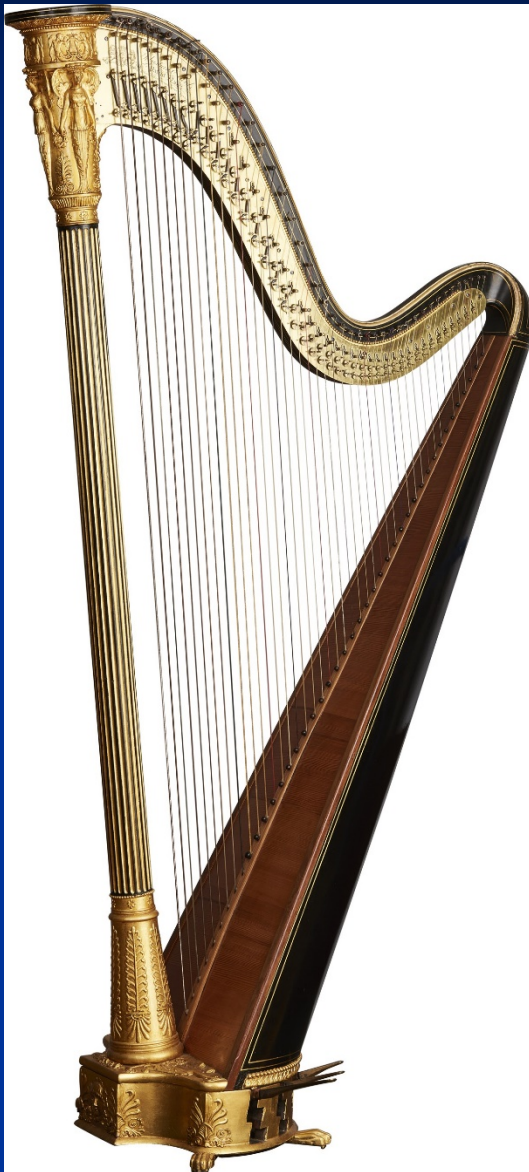
■ 3. Łuk

■ Pierwszy akumulator energii mechanicznej





Inżynieria materiałowa-wstęp



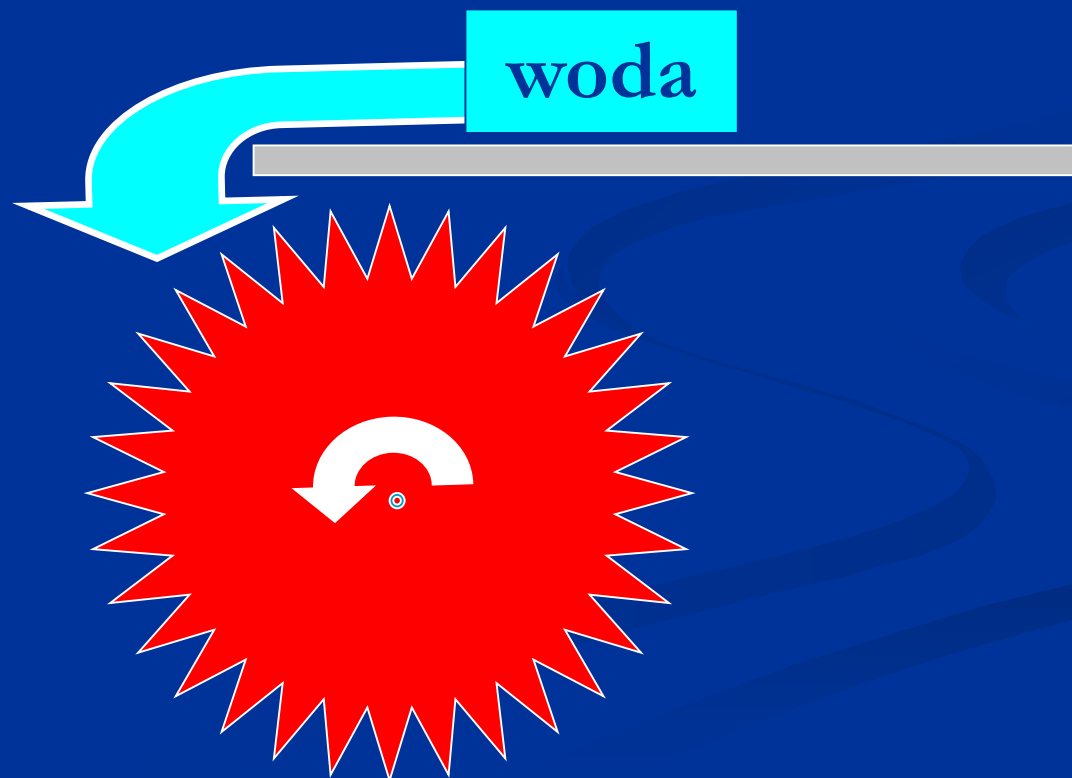
Inżynieria materiałowa-wstęp



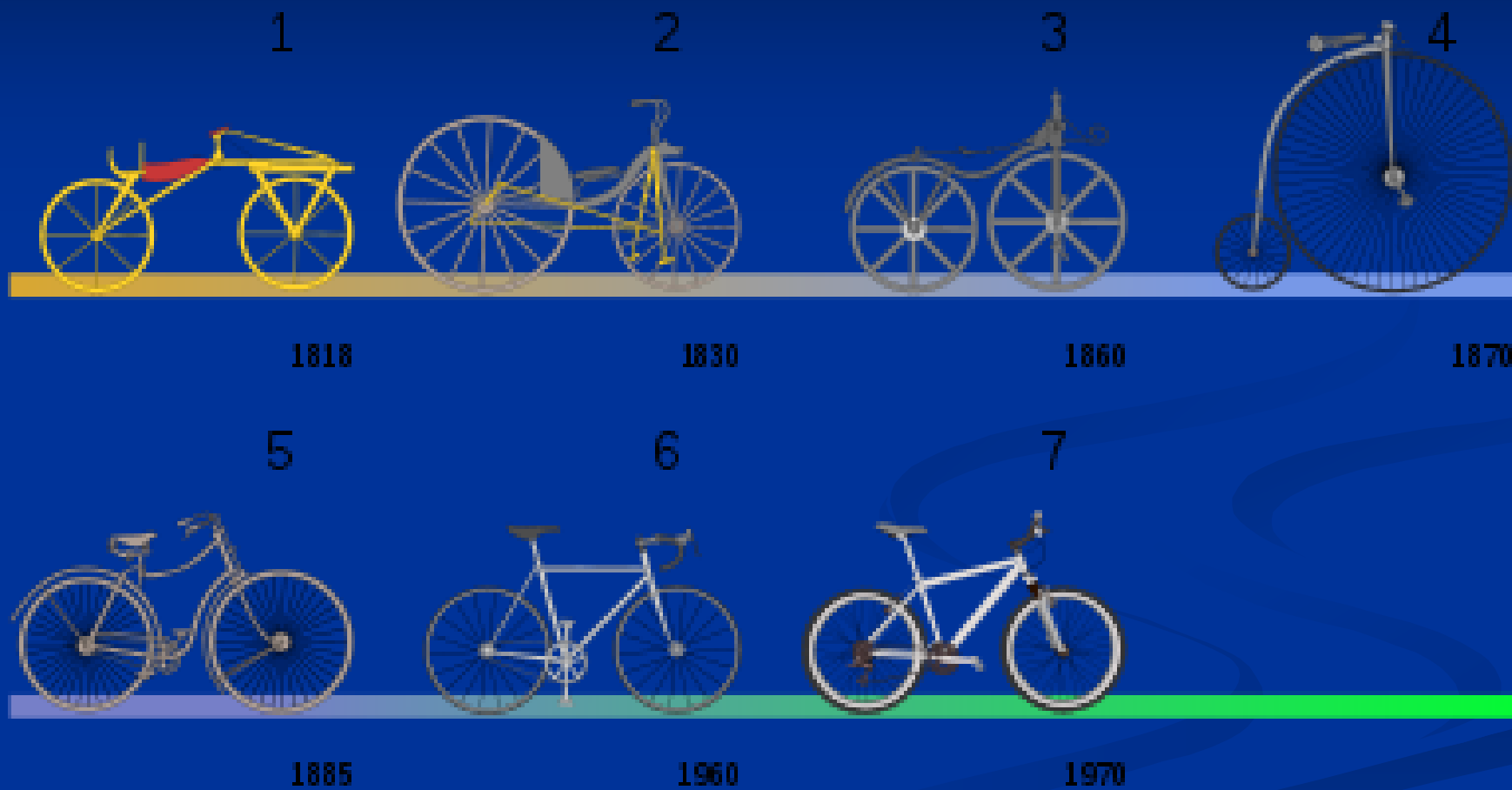
■ 4. Koło

■ Transport, przetwarzanie energii

$$M_{koło} \cong (10 \div 100) kg$$



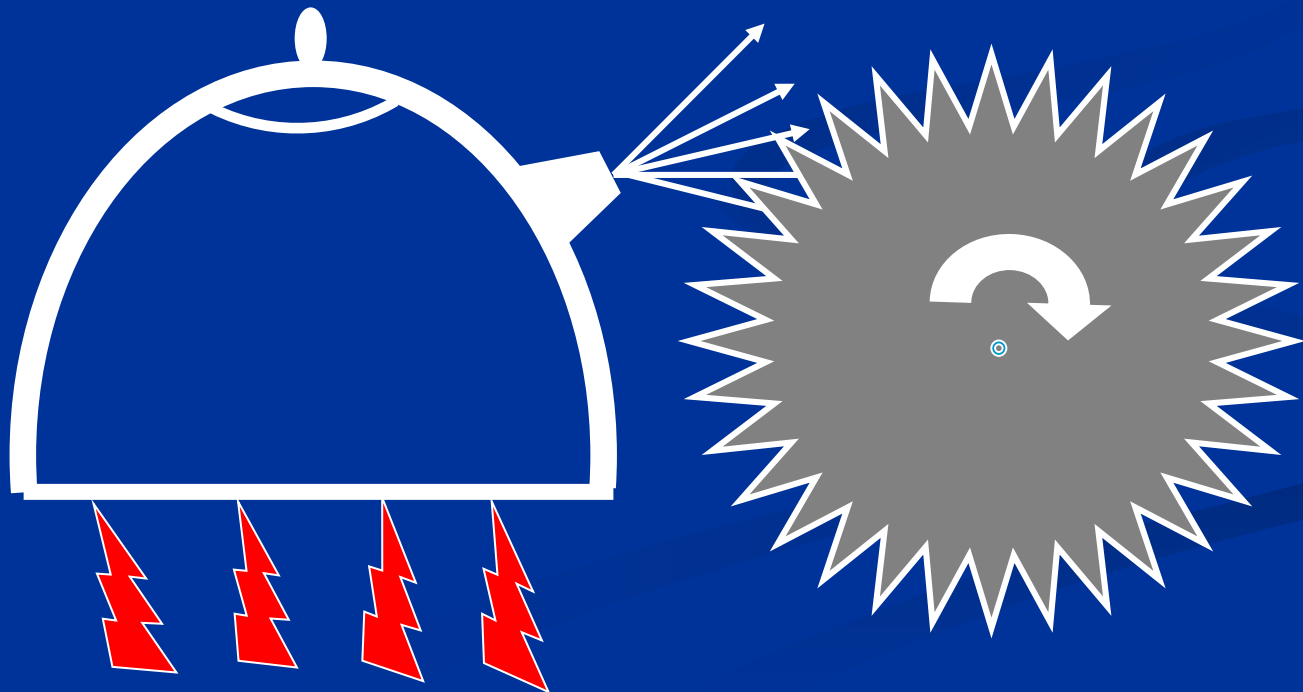
Inżynieria materiałowa-wstęp



■ 5. Para wodna

■ Maszyna Parowa+ Koło= Turbina parowa

$$M(H_2O) = 3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$



Inżynieria materiałowa-wstęp

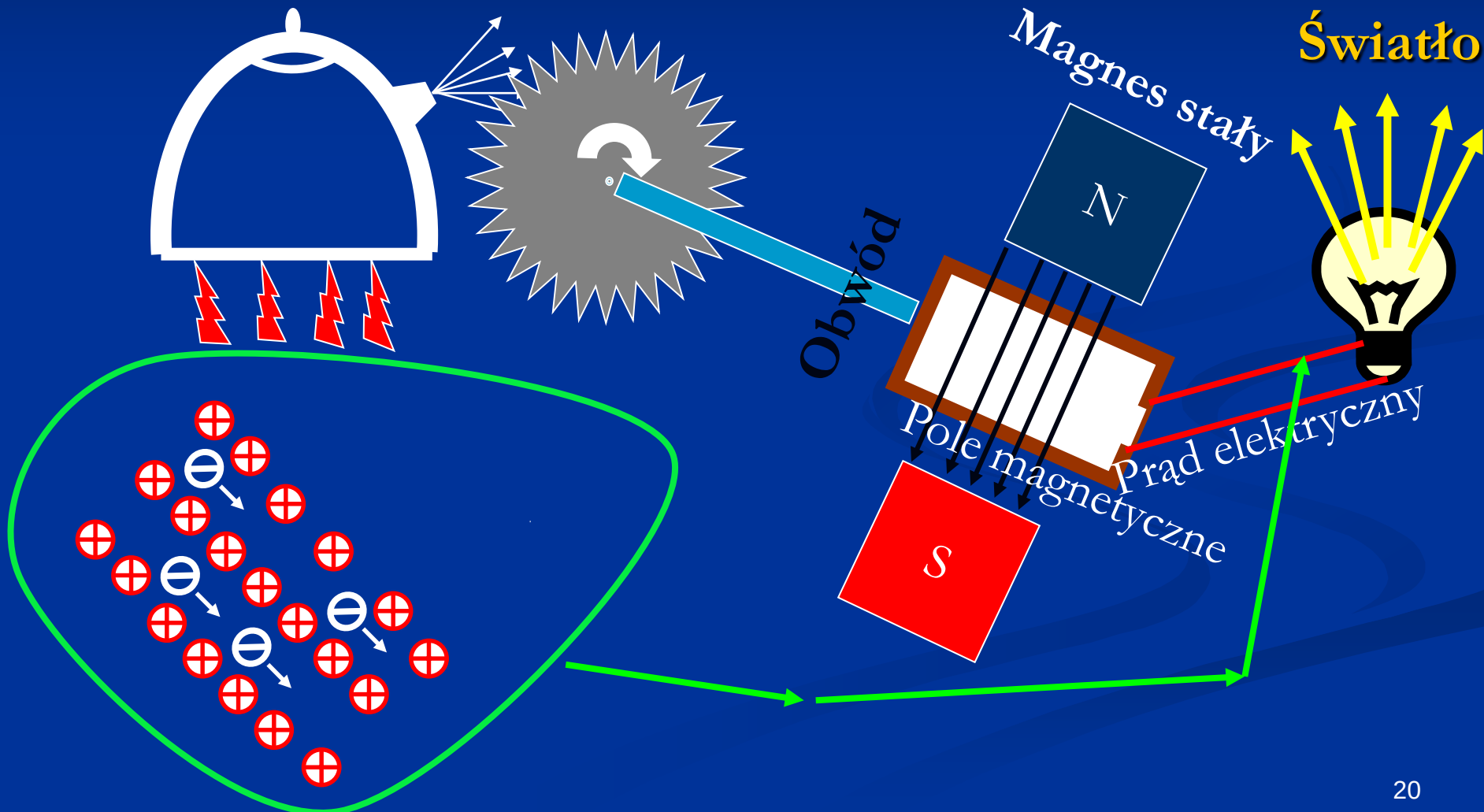


Inżynieria materiałowa-wstęp



■ 6. Elektryczność

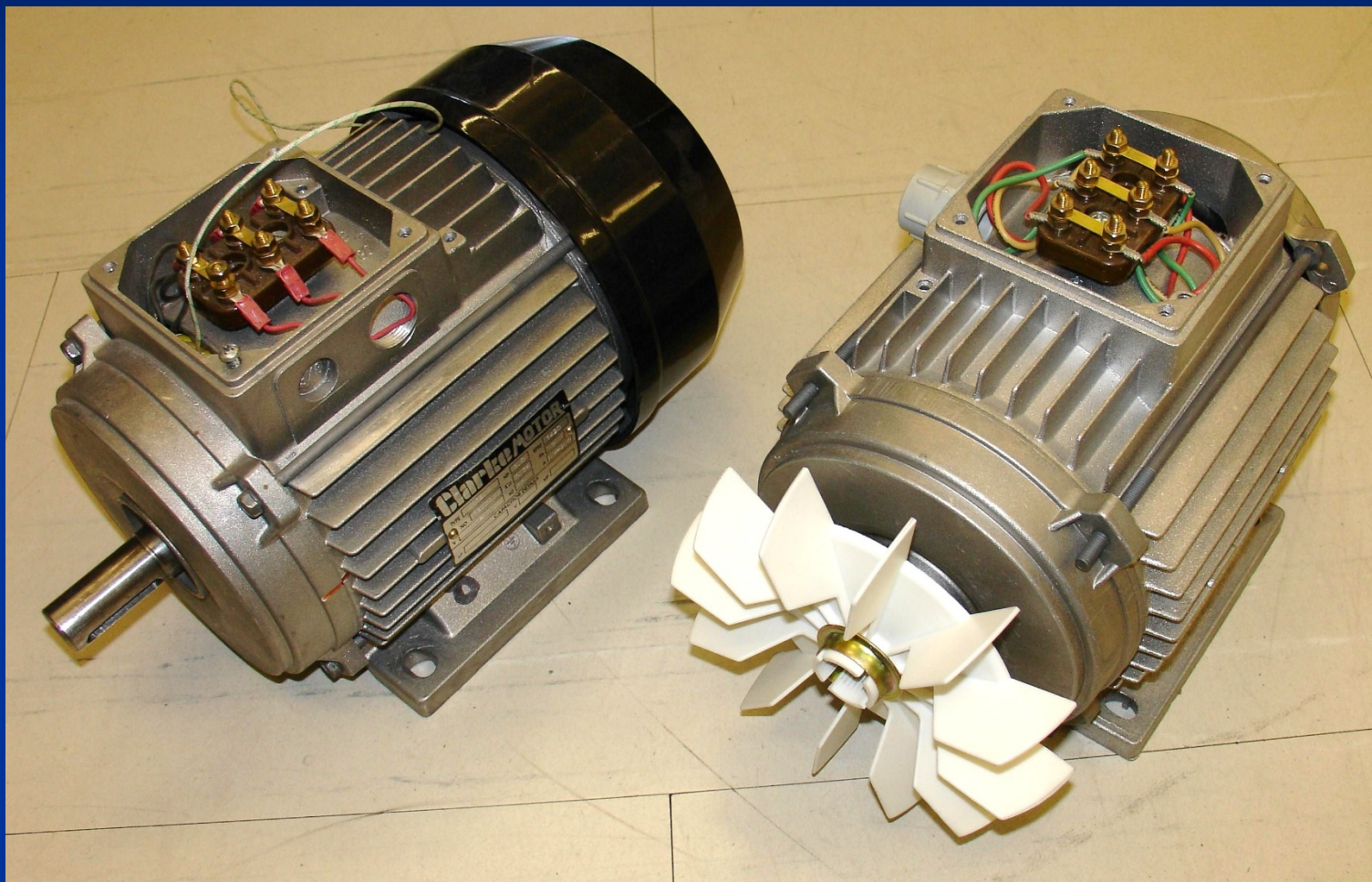
$$M_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$



Inżynieria materiałowa-wstęp



Inżynieria materiałowa-wstęp



Inżynieria materiałowa-wstęp



Inżynieria materiałowa-wstęp



Inżynieria materiałowa-wstęp

$$M_{\text{dzwign}} \cong (10 \div 100) \text{ kg}$$

$$M_{\text{koło}} \cong (10 \div 100) \text{ kg}$$

$$M(H_2O) = 3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$M_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$M(?????) = 0?$$

Dźwignia

Koło

Para wodna

Elektryczność

Nic nie waży a kosztuje drogo?

Podział materiałów elektrotechnicznych ze względu na stan skupienia

Gazy
Ciecze

Materiały izolacyjne

Stałe

bezipostaciowe

krystaliczne

materiały przewodzące,
izolacyjne, magnetyczne,
półprzewodniki

**Podstawowe informacje fizyczne niezbędne
do analizy właściwości
materiałów elektrotechnicznych**

Wartości skalarne

Energia potencjalna

$$U = m \cdot g \cdot h$$

Energia kinetyczna

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Informacje podstawowe

Wartości skalarne

Operacje arytmetyczne z wartościami skalarnymi wykonywane tak, jak ze zwykłymi liczbami.

Na przykład, do wzoru na energię potencjalną U wchodzi wartości skalarne:

m – masa,

g – przyspieszenie ziemskie,

h – wysokość,

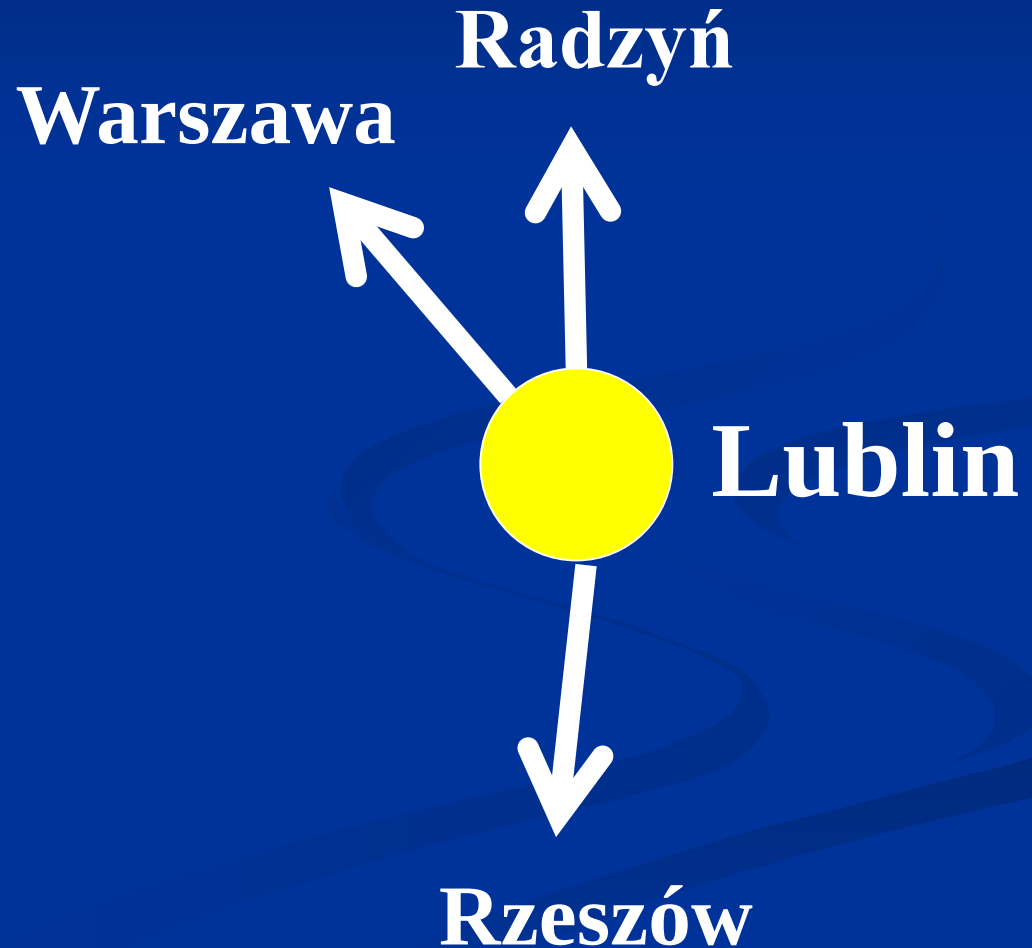
Stąd:

$$U=mgh$$

Wartości wektorowe

Prędkość

$$|\vec{v}| = \text{const} = 50 \text{ km/h}$$



Wartości wektorowe

Do wartości wektorowych należą również takie wartości jak:

Przyśpieszenie a

Siła F

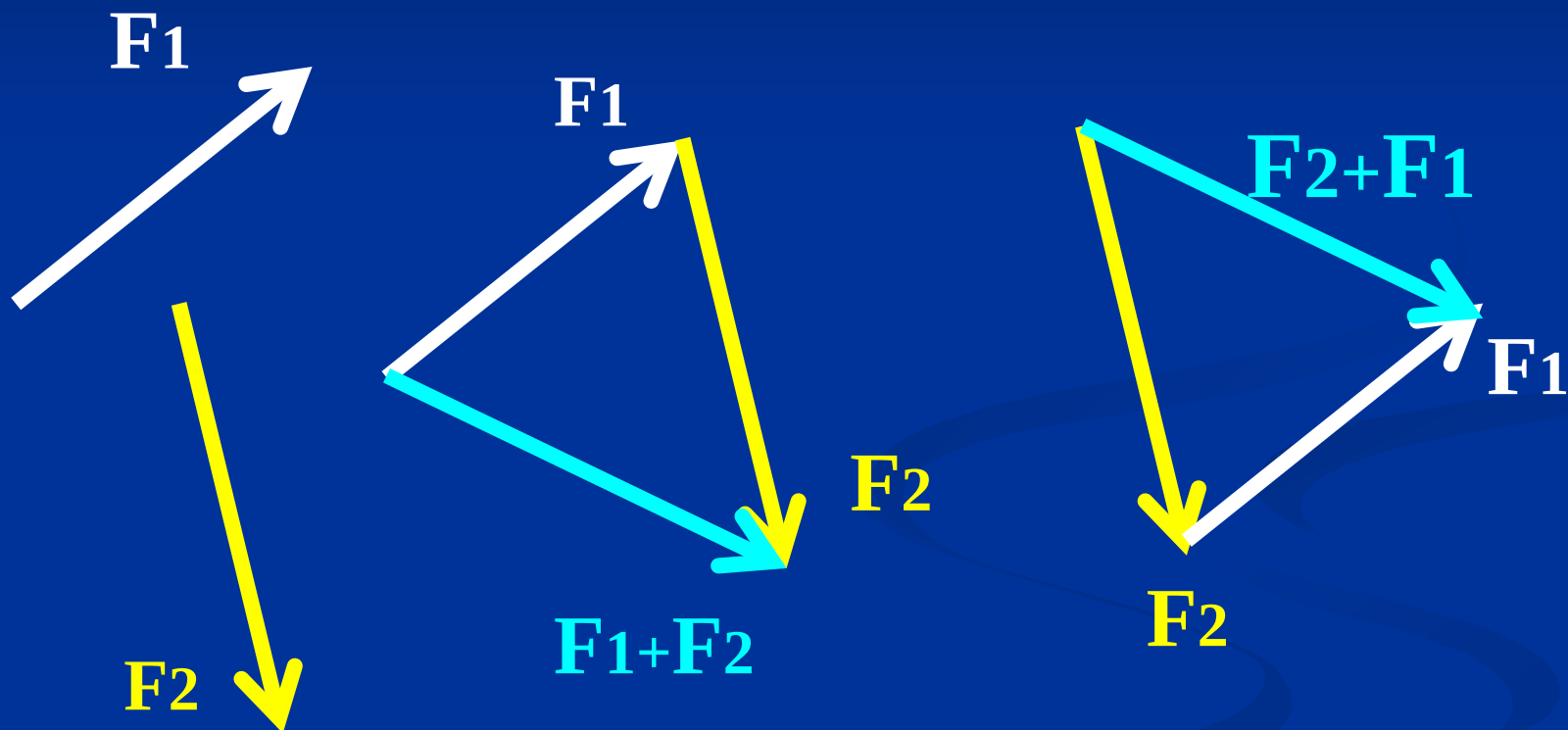
Natężenie pola elektrycznego E

i szereg innych

Wartości wektorowe

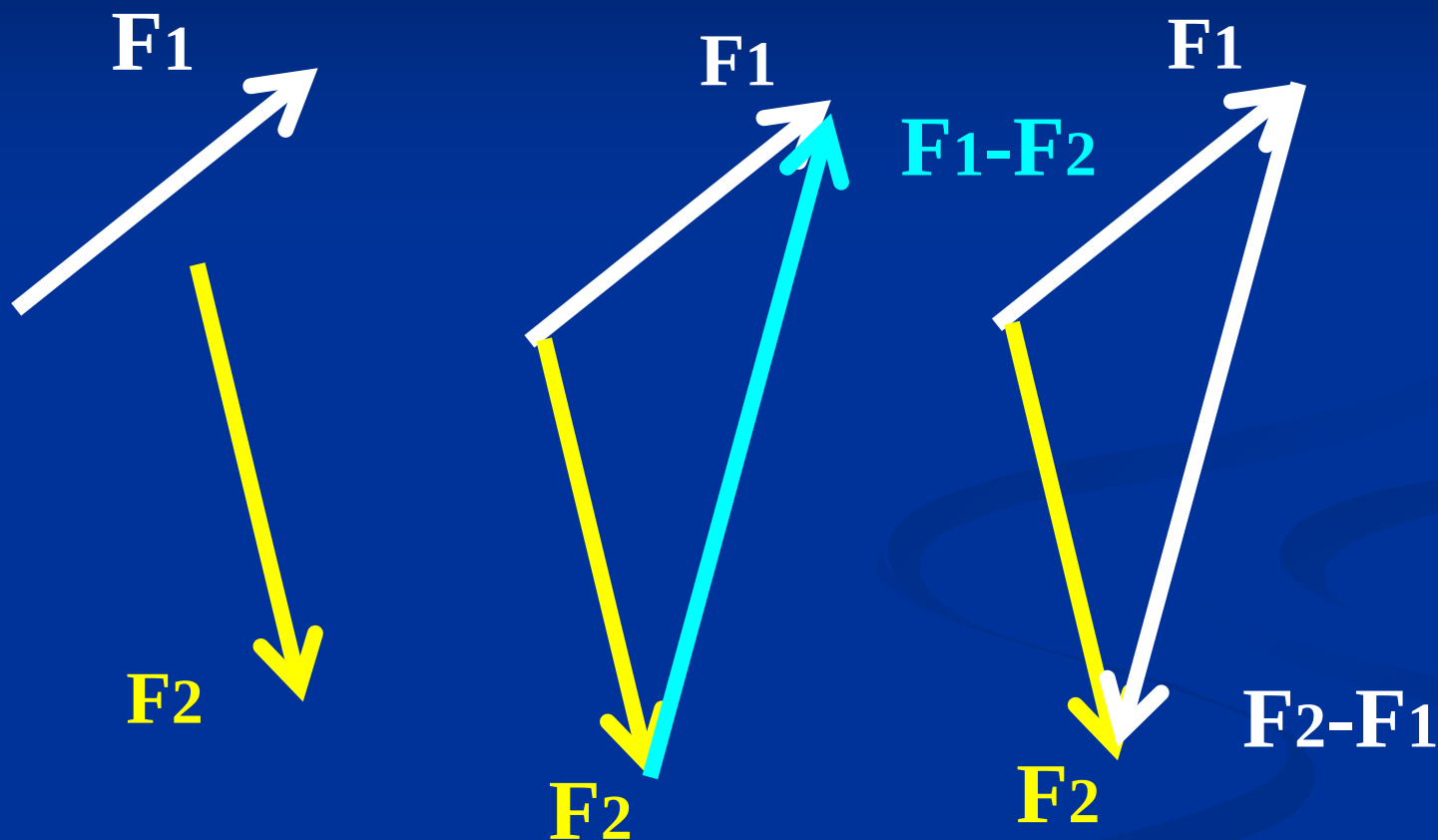
Operacje matematyczne z wartościami wektorowymi wykonywane są zupełnie inaczej, niż z wartościami skalarnymi. Należy uwzględnić zarówno wartości (moduły) jak i zwroty – kierunki działania, na przykład, kierunki ruchu, kierunki działania sił i t.p.

Dodawanie wartości wektorowych



$$F_1 + F_2 = F_2 + F_1$$

Odejmowanie wartości wektorowych

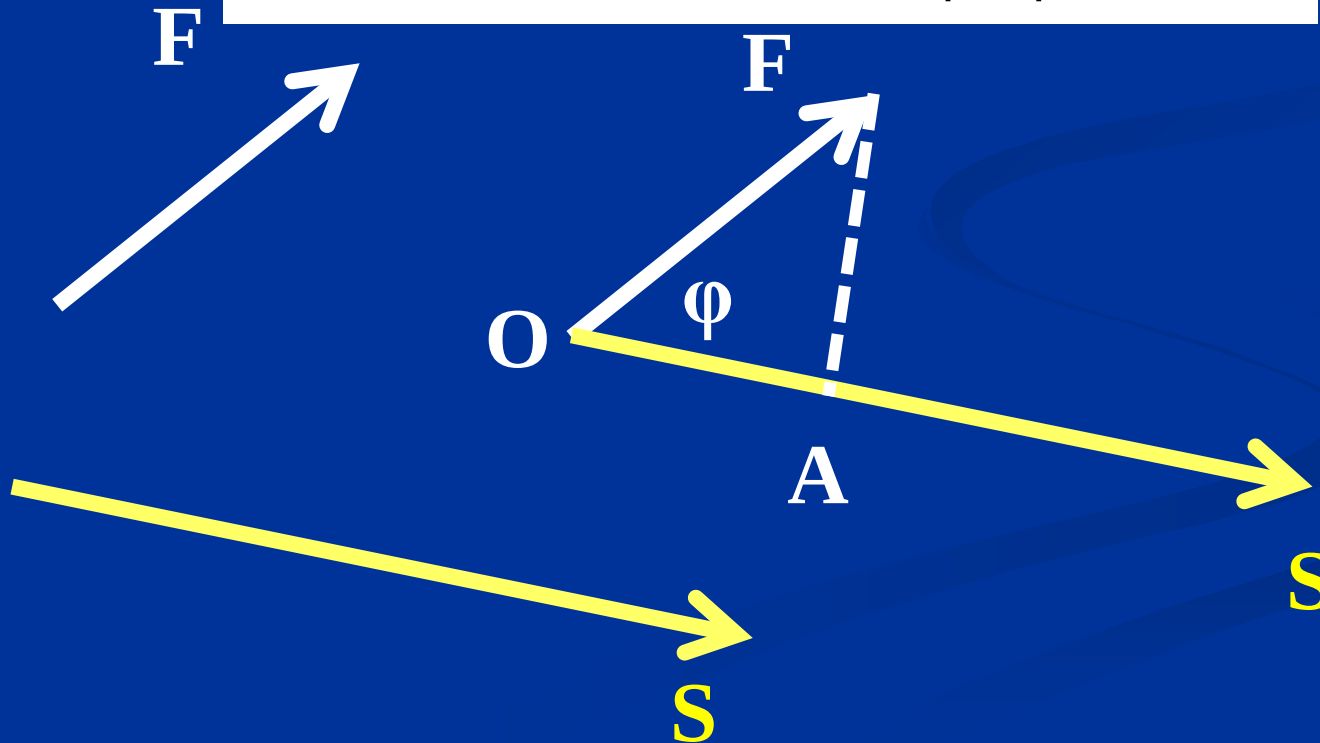


$$F_1 - F_2 = -(F_2 - F_1)$$

Mnożenie skalarne wartości wektorowych

Wynik – wartość skalarna

$$P = \vec{F} \cdot \vec{S} = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cos \varphi$$



Mnożenie wektorowe wartości wektorowych

$$\vec{P} = \vec{F} \times \vec{B}$$

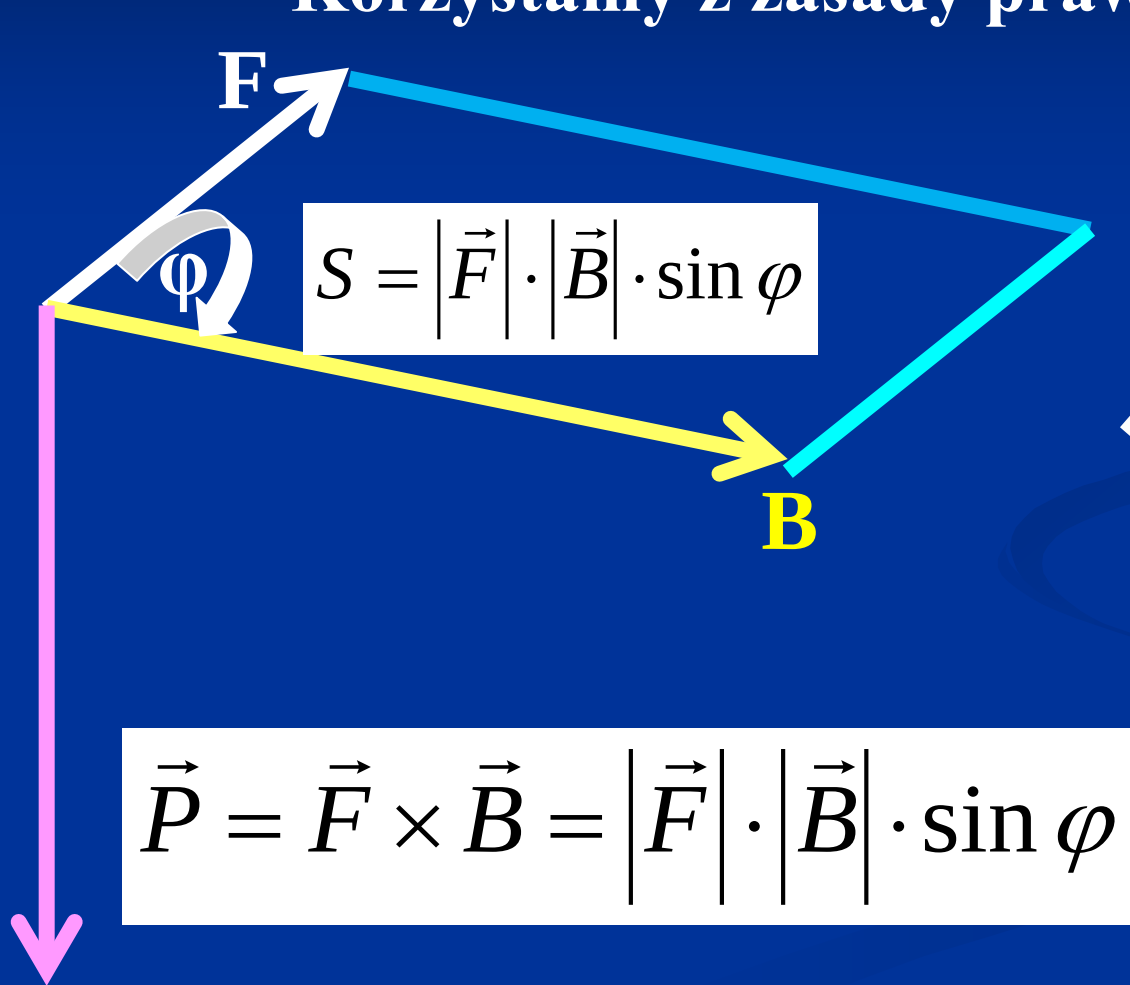
$$|\vec{P}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{B}| \sin \varphi = S$$

$$\vec{P} \perp \vec{F}$$

$$\vec{P} \perp \vec{B}$$

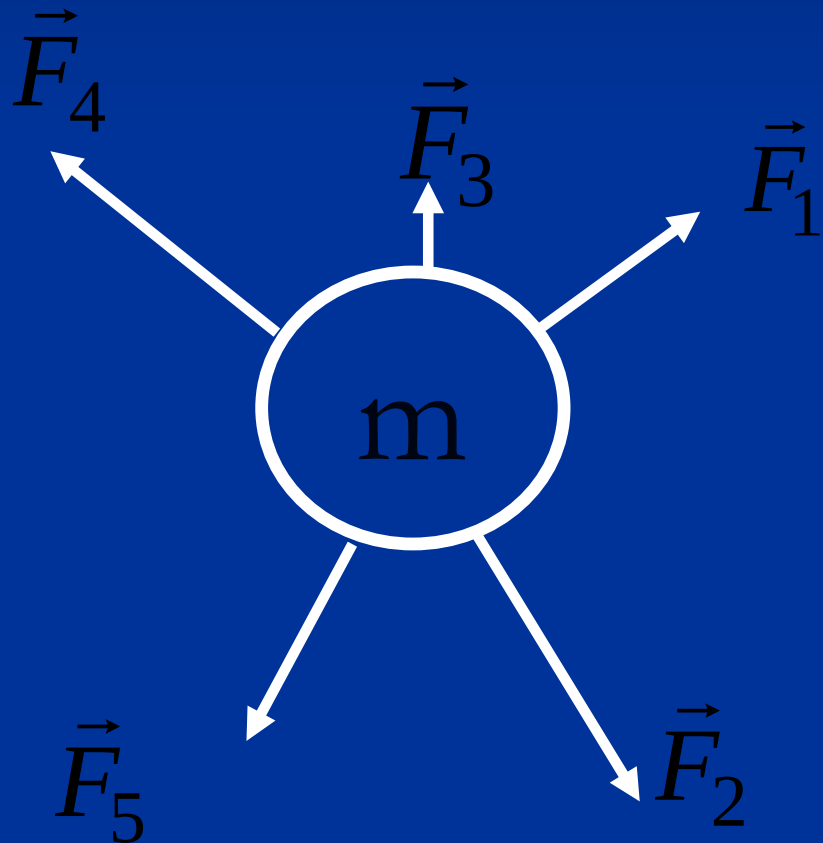
Mnożenie wektorowe wartości wektorowych

Korzystamy z zasady prawej śruby:



■ Prawa ruchu Newtona

■ I Prawo Newtona



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{v} = \text{const} \vec{t}$$

Pierwsze Prawo Newtona pozwala na podstawie obserwacji ruchu ciała stwierdzić, czy wypadkowa sił jest równa 0 – prędkość jako wartość wektorowa jest stała, lub nie – gdy prędkość jako wartość wektorowa nie jest stała.

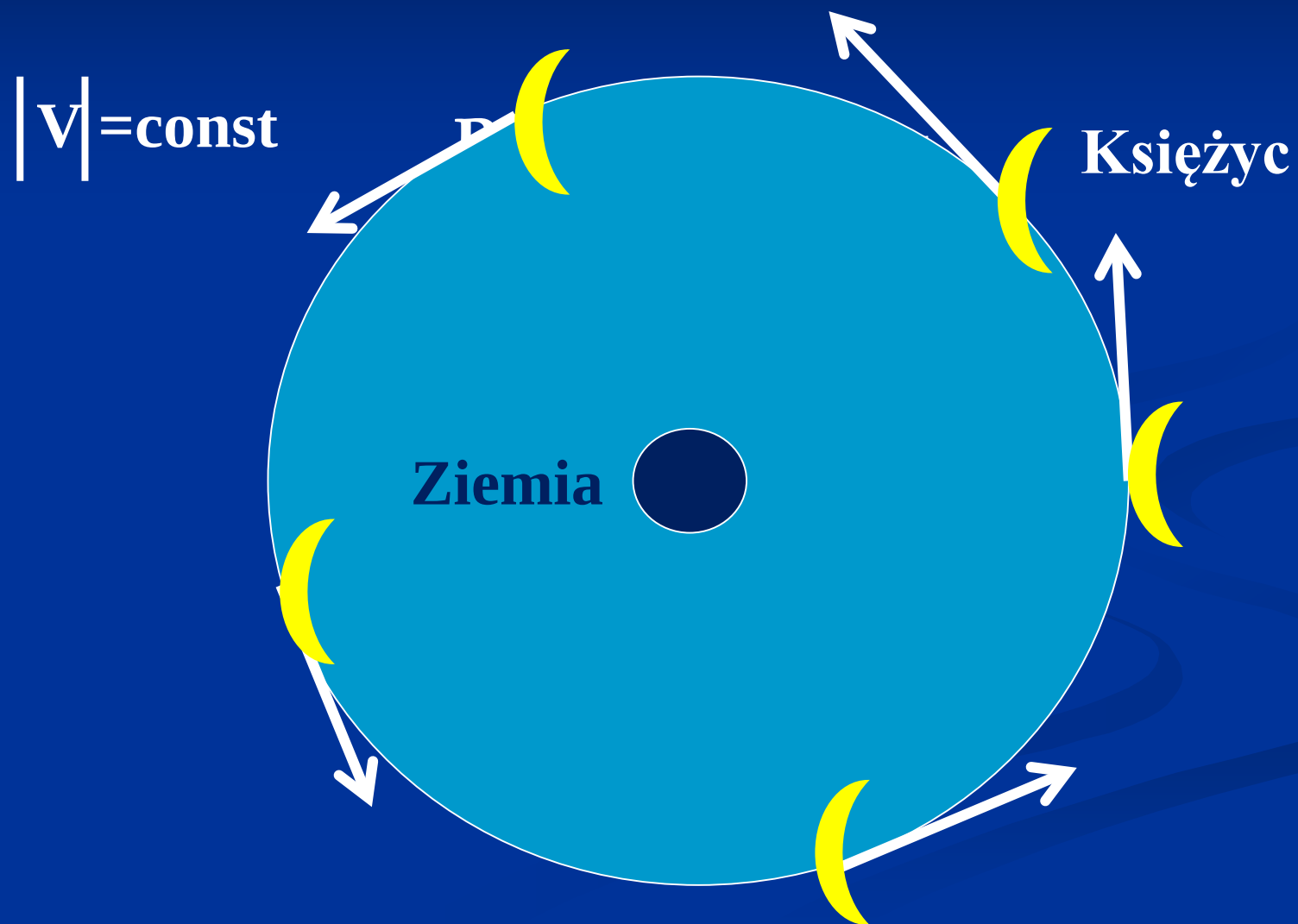
Inżynieria materiałowa-wstęp

V=const



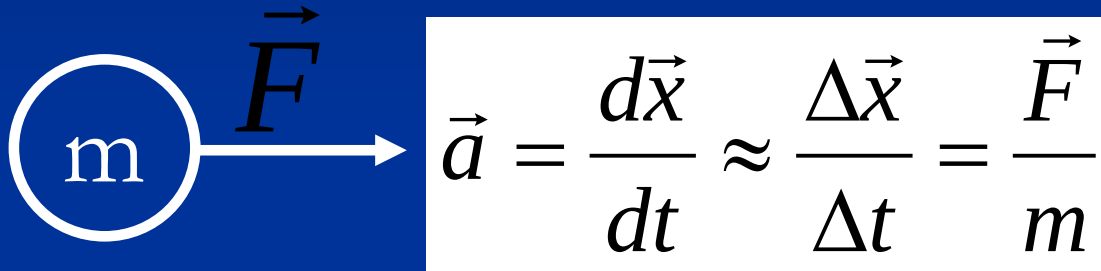
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

Inżynieria materiałowa-wstęp



■ Prawa ruchu Newtona

■ II Prawo Newtona



The diagram shows a white circle containing the letter 'm' on a dark blue background. An arrow points from the circle to the right, with a vector $\vec{F}$ written above it. To the right of the arrow is a white rectangular box containing the equation $\vec{a} = \frac{d\vec{x}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Drugie Prawo Newtona pozwala na podstawie obserwacji ruchu ciała o masie **m** wyznaczyć jego przyśpieszenie **a** a tym samym określić siłę działającą na ciało:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

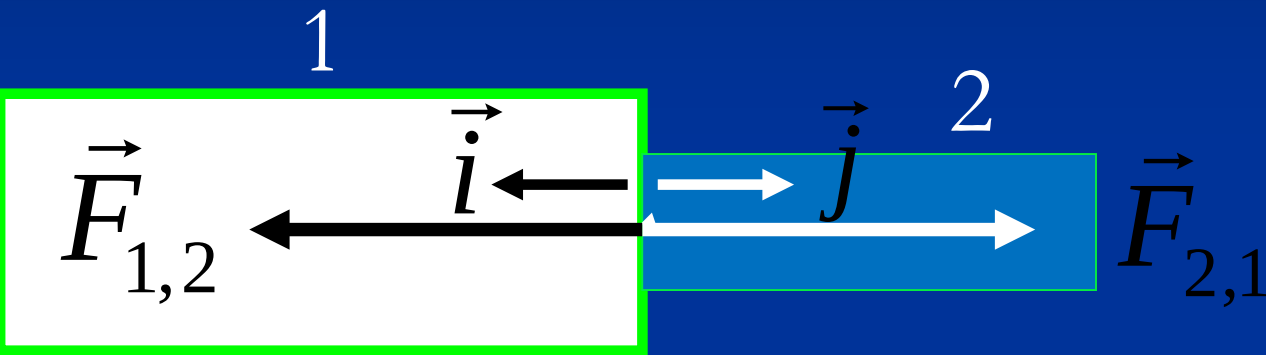
Inżynieria materiałowa-wstęp

a=const



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \neq 0$$

■ Prawa ruchu Newtona. III Prawo Newtona.



$$\vec{F}_{1,2} = |\vec{F}_{1,2}| \cdot \vec{i}$$

$$\vec{F}_{2,1} = |\vec{F}_{2,1}| \cdot \vec{j}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$$

III Prawo Newtona
wskazuje, że siła,
działająca na ciało
pierwsze, pochodzi
od jego

oddziaływania
z ciałem drugim
i odwrotnie.

Siła powstaje
przy
oddziaływaniu
dwu ciał !!!₄₃

- Moduły wektorów sił, z którymi ciało pierwsze działa na drugie oraz ciało drugie na ciało pierwsze są równe.
- Zwroty wektorów sił, z którymi ciało pierwsze działa na drugie oraz ciało drugie na pierwsze są przeciwne.

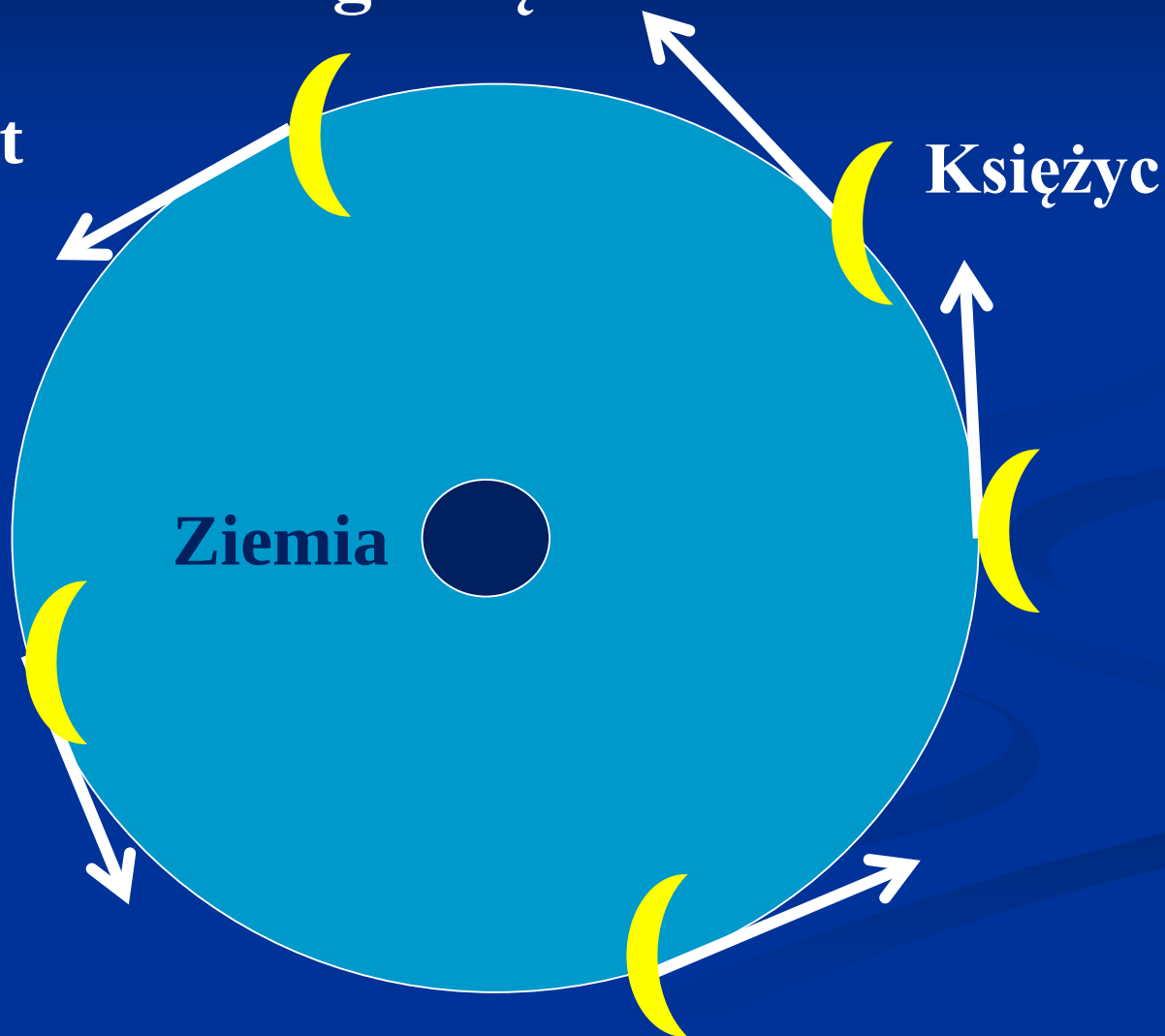
$$|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

$$\vec{i} = -\vec{j}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$$

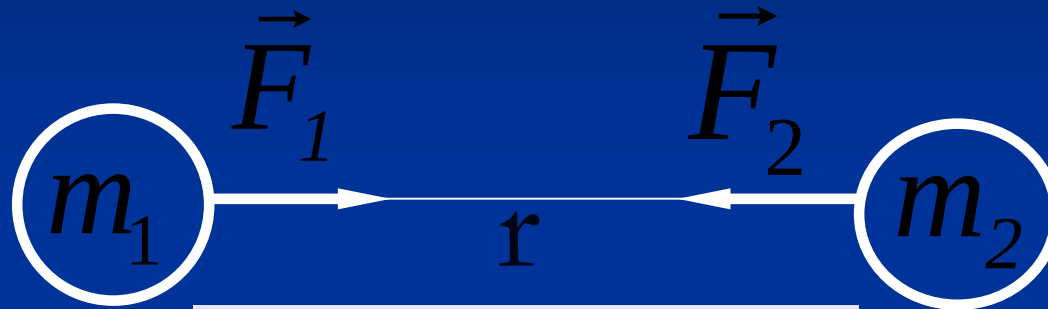
Prawo powszechnego ciążenia Newtona

$V = \text{const}$



**Ziemia i Księżyc oddzielone są próżnią.
Skąd Ziemia wie, że Księżyc ją przyciąga?
Skąd Księżyc wie, że Ziemia jego przyciąga?**

Prawo powszechnego ciążenia Newtona często nazywane IV prawem Newtona



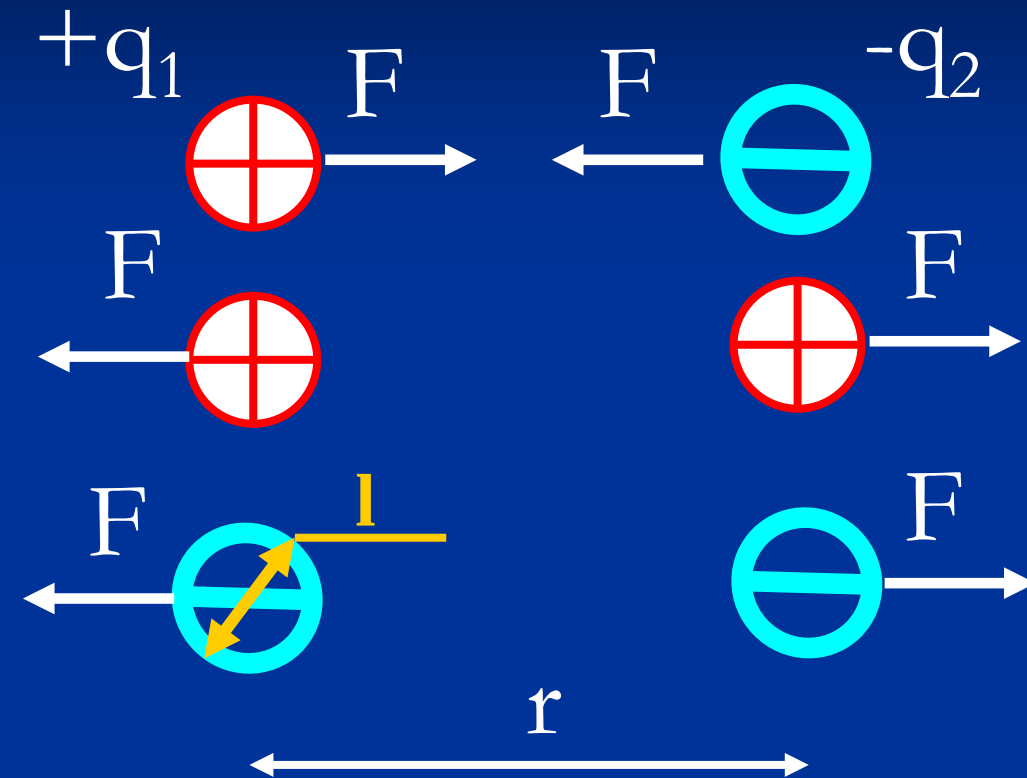
$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Ziemia i Księżyc oddzielone są próżnią.

Skąd Ziemia wie, że Księżyc ją przyciąga?

Skąd Księżyc wie, że Ziemia jego przyciąga?

Prawo Coulomba -1785 r.



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}, \quad q, [\text{C}]$$

Z III Prawa ruchu Newtona wynika, że siła powstaje przy oddziaływaniu dwu ciał – w przypadku prawa Coulomba – dwu ładunków. Zachodzi tu oddziaływanie na odległość, ponieważ brak jest bezpośredniego kontaktu pomiędzy ładunkami.

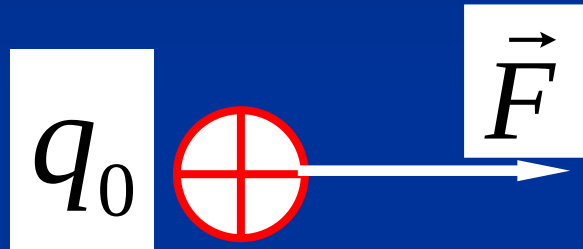
Skąd pierwszy ładunek q_1 wie, że na odległości r od niego znajduje się drugi ładunek q_2 ?

Fizycy: każdy ładunek jest otoczony polem elektrycznym, które przekazuje informację (siłę) o nim innym ładunkom, które znajdują się w tym polu.

W celu określenia wielkości pola elektrycznego wykorzystują tzw. **ładunek próbny** o następujących właściwościach:

- Ładunek próbny q_0 - dodatni;
- Wartość ładunku próbnego bardzo mała $q_0 \ll 1$ (dąży do zera);
- Wymiary liniowe ładunku próbnego dążą do zera $l \ll r$ (ładunek punktowy).

Po umieszczeniu ładunku próbnego w polu elektrycznym mierzony jest wektor siły, z którą pole działa na ładunek próbny:

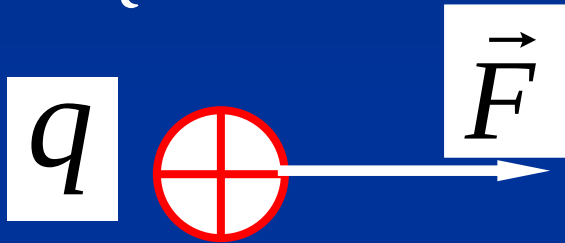


a wartość **nateżenia pola elektrycznego** określają ze wzoru:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \left\{ \frac{\vec{F}}{q_0} \right\}, \quad E, [V / m]$$

$$\vec{F} = q * \vec{E}$$

Na ładunek q , umieszczony w polu elektrycznym o natężeniu E działa siła F :



określana ze wzoru:

$$\vec{F} = q * \vec{E}$$

Natężenie pola elektrycznego jest charakterystyką siłową pola elektrycznego. To znaczy jego wartość określa wartość siły, z którą pole oddziałuje na ładunek jednostkowy, natomiast zwrot wskazuje kierunek oddziaływania siły.

Pod wpływem siły ze strony pola elektrycznego ładunek, zgodnie z drugim prawem Newtona porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym:

$$\vec{a} = \vec{F} / m = \vec{E} \cdot q / m$$

Ruch jednostajnie przyspieszony ładunku pod wpływem pola elektrycznego powoduje wzrost energii kinetycznej ładunku:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Gdzie: d – droga, którą pokonał ładunek

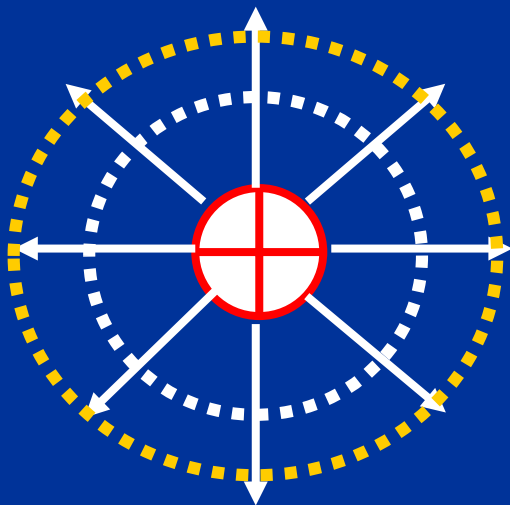
Gdy pole elektryczne wytwarzane jest przez ładunek punktowy o wartości q , umieszczamy w polu ładunek próbny q_0 . Siłę oddziaływania pomiędzy ładunkami obliczamy z prawa Coulomba:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^3} \vec{r}$$

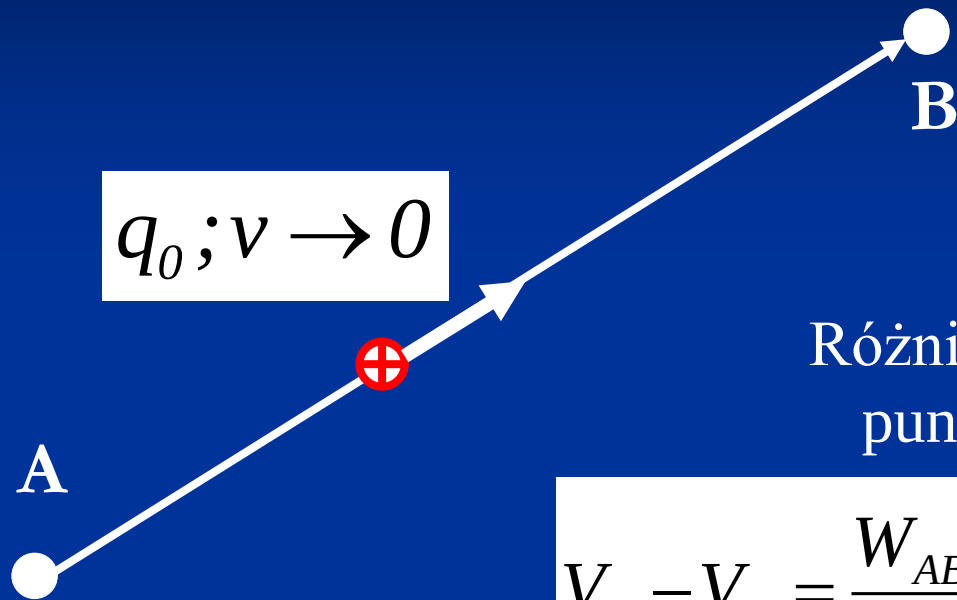
Zapis prawa Coulomba w takiej postaci pozwala określić zarówno wartość, jak i zwrot siły. Natężenie pola elektrycznego, wytworzonego przez ładunek punktowy, zgodnie z definicją, wynosi:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

- Obraz pola elektrycznego można przedstawić w postaci linii sił pola elektrycznego
- Początek linii sił – na ładunku dodatnim.
- Koniec linii sił – na ładunku ujemnym.
- Gęstość linii sił – proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego.



Potencjał elektryczny



W_{AB}

-praca wykonana przy przenoszeniu ładunku próbnego ze stałą prędkością $V!!!!$ dążącą do zera z punktu A do punktu B

Różnica potencjałów pomiędzy punktami A oraz B wynosi:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}, \quad V, [J / C]$$

Zakładamy, że potencjał punktu oddalonego w nieskończoność

$$A \rightarrow \infty, V_A \rightarrow 0, V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0}$$

Wtedy pozostaje jedynie potencjał punktu B

Warto przypomnieć! Ładunek pozostawiony samemu sobie w polu elektrycznym porusza się ruchem jednostajnie przyśpieszonym. Żeby jego wyhamować do prędkości stałej, należy, zgodnie z I prawem Newtona zadziałać na niego z siłą, równą co do wartości sile od strony pola elektrycznego:

$$\vec{F}_{el} = q * \vec{E}$$

przyłożonej w przeciwnym kierunku. Wtedy:

$$\vec{F}_{el} - \vec{F}_{zew} = 0, \quad i \quad \vec{v} = const$$

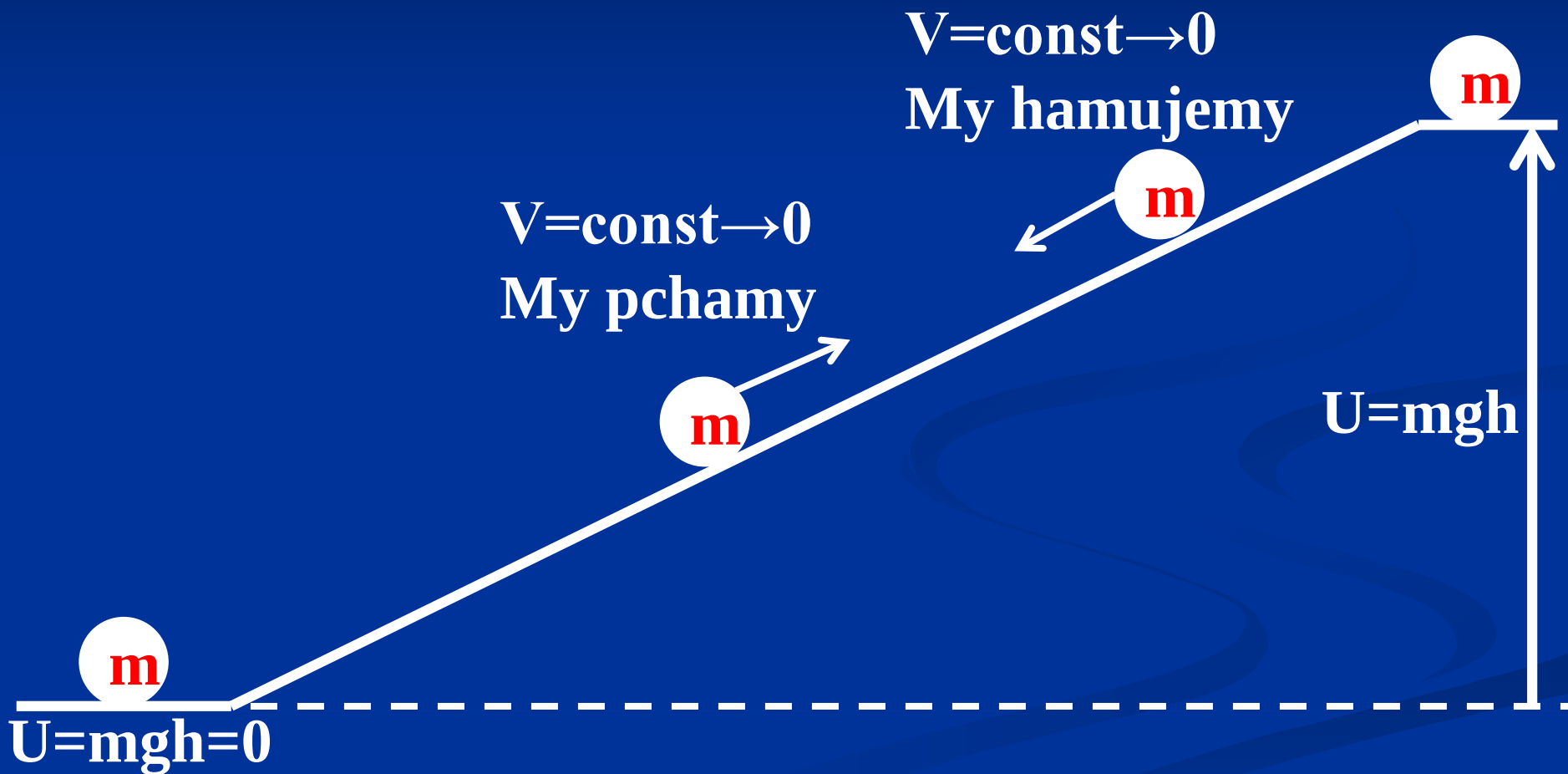
Różnica potencjałów jest charakterystyką energetyczną pola elektrycznego.

Z definicji różnicy potencjałów wynika:

$$\left| V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \right| \times q$$

To otrzymamy:

$$(V_B - V_A) \times q = W_{AB}$$



Siła, z którą my przesuwamy ładunek skierowana w kierunku jego ruchu

Siła, z którą my hamujemy ładunek skierowana w kierunku przeciwnym do jego ruchu

nieprzezroczysta ściana

$$W_{AB} > 0$$
$$W_{AB} < 0$$



B

A

q_0

q_0

v

v

A

B

E

E

$$v = \text{const} \rightarrow 0$$

$$W_{AB} > 0, V_B > V_A$$

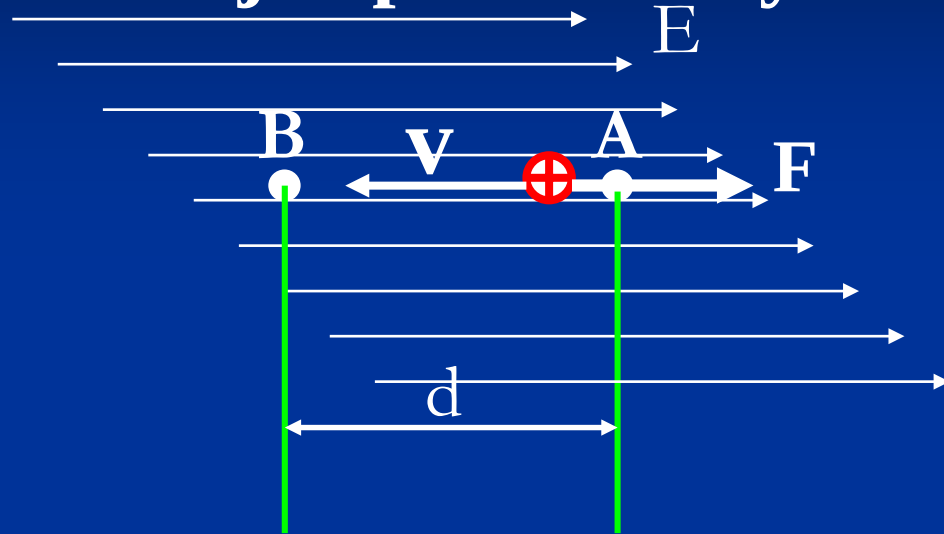
$$W_{AB} < 0, V_B < V_A$$

$$W_{AB} = 0, V_B = V_A$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

Związek pomiędzy potencjałem i natężeniem pola elektrycznego

Jednostajne pole elektryczne: $F = e^* E \dots!!!!!! \dots$

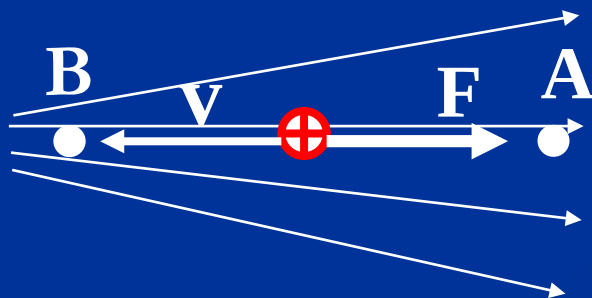


$$a = F / m = e^* E / m$$

$$W_{AB} = -F \cdot d = -q_0 E d$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = -E \cdot d$$

Niejednostajne pole elektryczne:



$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

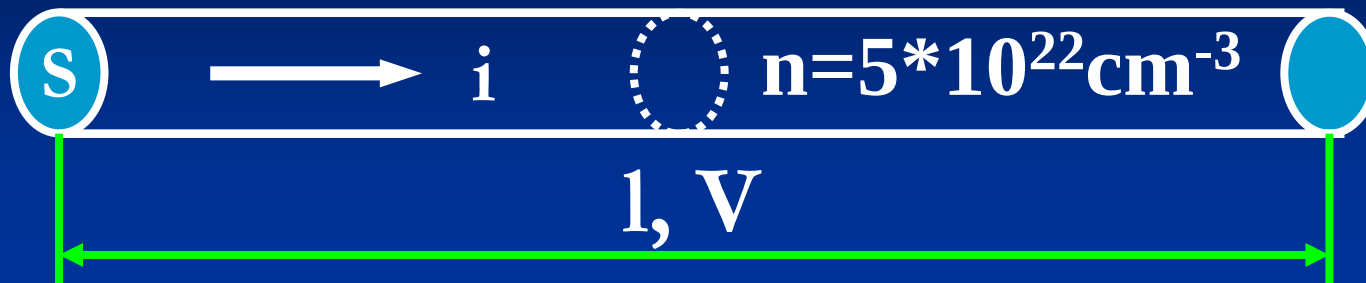
$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

W jednostajnym polu elektrycznym

$$E = \frac{V_A - V_B}{d}$$

- Prąd elektryczny jest ukierunkowanym ruchem ładunków.
- W przypadku przepływu prądu w metalach jest to ruch ujemnych elektronów.
- W przypadku cieczy przewodzących są to ruchy jonów dodatnich oraz jonów ujemnych.
- W półprzewodnikach może to być ruch elektronów oraz (lub) dodatnich dziur.

Przewodzenie prądu elektrycznego. Prawo Ohma.



**i-natężenie
prądu
j-gęstość
prądu
Gęstość
elektronów
 $n=5*10^{22}\text{cm}^{-3}$**

$$\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{dq}{dt} = i, [A]; j = \frac{i}{S}, j, [A/m^2].$$

$$E = \frac{V}{l}; F = e \cdot E; a = \frac{e \cdot E}{m_e}, e = -1,6 * 10^{-19} C$$

e – ładunek elementarny

$$v = a \cdot t = \frac{e \cdot E}{m_e} \cdot t. \quad (\mathbf{a})$$

W czasie jednej sekundy przez dowolny przekrój przewodnika przejdą elektrony, znajdujące się na odległości od 0 do:

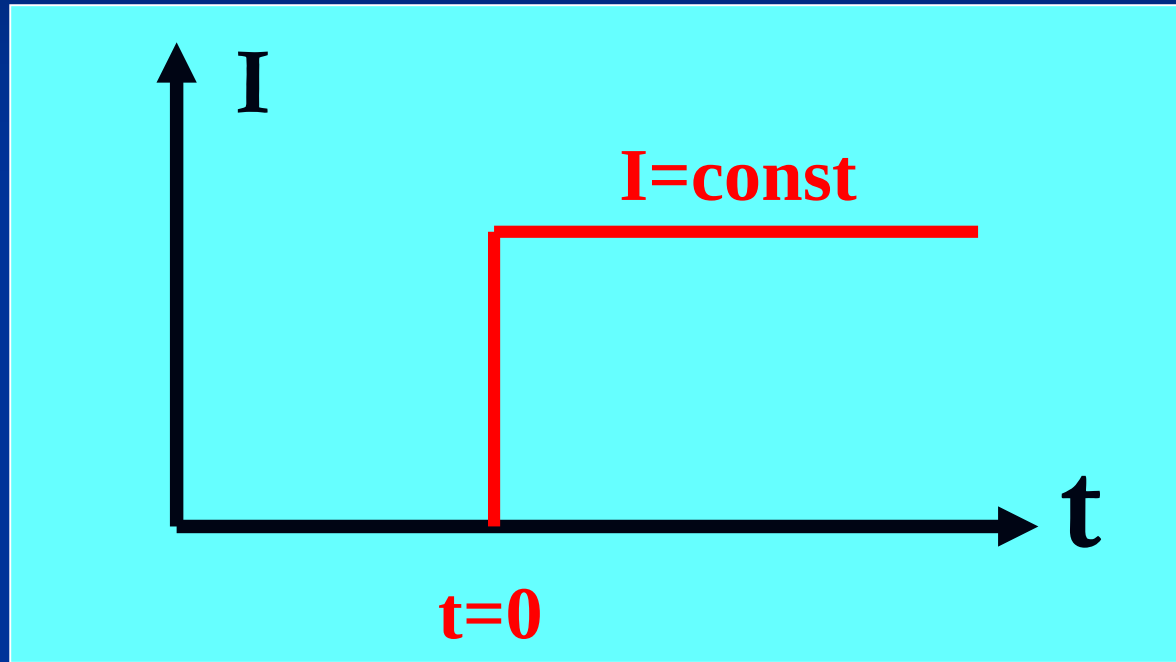
$$\Delta l = v \cdot 1s = \frac{eE}{m_e} t$$

W przewodniku o tej długości znajduje się $N = n * S * \Delta l$ elektronów, a ich ładunek, przepływający przez przekrój przewodnika w jednostkę czasu, a tym samym i natężenie prądu powinno wynosić:

$$q = i = n * e * S * \Delta l = n * e * S \frac{e * E}{m_e} t$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Z powyższego wzoru wynika, że natężenie prądu powinno wzrastać wraz z upływem czasu od chwili włączenia pola elektrycznego (napięcia).



Z doświadczeń wynika, że natężenie prądu błyskawicznie osiąga wartość ustaloną. Oznacza to, że elektrony poruszają się inaczej, niż ruchem jednostajnie przyspieszonym.

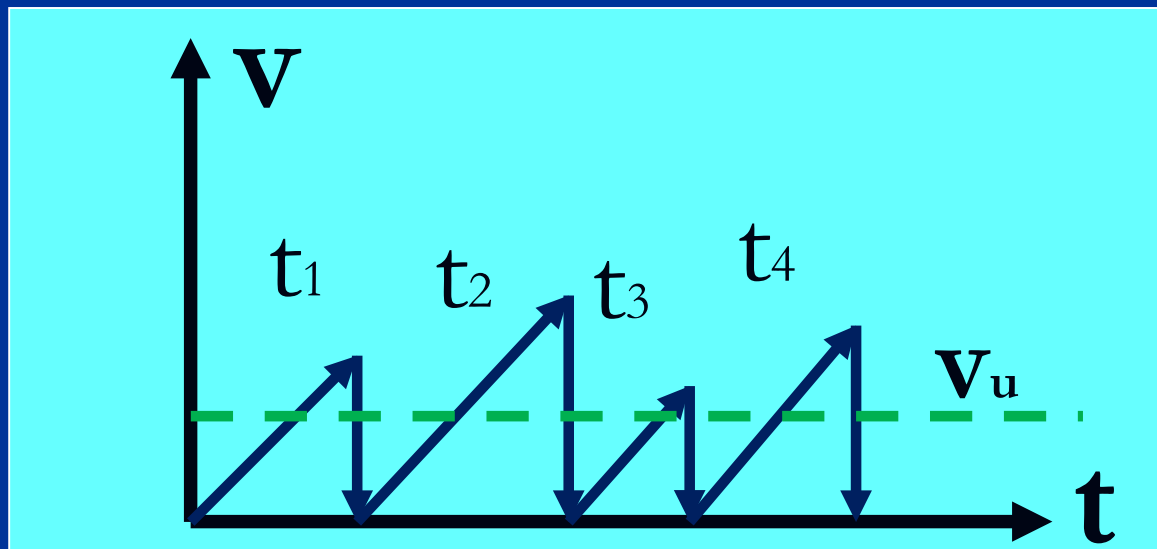
Okazuje się, że wewnątrz przewodnika są przeszkody, podczas zderzeń z którymi elektrony są hamowane. Podczas zderzeń ich energia kinetyczna uzyskana od pola, przekazywana jest tym przeszkodom, w wyniku których zachodzi nagrzewanie przewodów a prędkość elektronów spada do zera.

Przeszkodami tymi są:

- drgania sieci krystalicznej, spowodowane ruchem cieplnym. Należy pamiętać, że temperatura 0 C jest temperaturą 273 K.
- domieszki (zanieczyszczenia) w postaci innych atomów;
- odkształcenia powstałe podczas obróbki mechanicznej metalu.

Ruch elektronów odbywa się w sposób następujący:

- przyśpieszenie pod wpływem pola elektrycznego
- gwałtowne hamowanie spowodowane zderzeniem z przeszkodą.**



Podczas przyśpieszenia elektron otrzymuje od pola energię a podczas zderzenia przekazuje ją przewodnikowi w postaci ciepła.

Czas relaksacji - średni czas pomiędzy dwoma kolejnymi zderzeniami elektronu z przeszkodami dla jego ruchu znajdującymi się wewnątrz przewodnika :

$$\bar{\tau} = \frac{\sum t_n}{n}. \quad (b)$$

Średnią prędkość elektronów, przyśpieszanych polem elektrycznym o natężeniu E , nazywaną **prędkością unoszenia**, obliczamy ze wzoru (a) zastępując czas t czasem relaksacji:

$$v_{\max} = a \cdot t = \frac{e \cdot E}{m_e} \cdot t, \quad v_u = \frac{eE}{m_e} \frac{\bar{\tau}}{2}. \quad (c)$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

W czasie t , który obliczamy stosując prędkość unoszenia podaną wzorem (b):

$$t = \frac{l}{v_u}$$

przez dowolny przekrój przewodnika przepłynie ładunek o wartości

$$q = enSl$$

Natężenie prądu, uwzględniając wzór (c):

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nSel}{\left(\frac{l}{v_u} \right)} = nSev_u = \frac{e^2 n S \bar{\tau}}{2m_e} E.$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Wprowadzimy pojęcie gęstości prądu j :

$$j = \frac{i}{S} = \left(\frac{e^2 n \cdot \bar{\tau}}{2m_e} \right) E. \quad (d)$$

Ze wzoru (d) widać, że gęstość prądu j zależy od wartości natężenia zewnętrznego pola elektrycznego E oraz od właściwości wewnętrznych danego przewodnika – koncentracji elektronów n oraz czasu relaksacji τ .

Gęstość prądu j nie zależy od wymiarów geometrycznych przewodnika – pola przekroju S oraz długości l .

Współczynnik proporcjonalności pomiędzy gęstością prądu a natężeniem pola elektrycznego, umieszczony w nawiasach we wzorze (d) nazywamy **konduktywnością**.

Konduktywność:

$$\sigma = \frac{e^2 n \bar{\tau}}{2m_e}$$

Wartość odwrotną konduktywności nazywamy rezystywnością:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{2m_e}{e^2 n \bar{\tau}}$$

Gęstość prądu możemy zapisać w sposób następujący:

$$j = \sigma \cdot E = \frac{E}{\rho} \quad (\text{e})$$

Równanie to nazywają prawem Ohma w postaci różniczkowej.

Możemy łatwo udowodnić, że prawo Ohma w postaci różniczkowej – wzór (e) oraz znane nam prawo Ohma, są ekwiwalentne. Przypomnijmy, że znane są wzory:

$$i = jS; V = El; R = \rho \frac{l}{S}.$$

Podstawiając je do prawa Ohma i redukując jednakowe wartości w liczniku i mianowniku uzyskamy:

$$i = \frac{V}{R} = jS = \frac{El}{\left(\rho \frac{l}{S}\right)} = \frac{El}{\rho l} S, \rightarrow \text{lub} \rightarrow \frac{i}{S} = j = \frac{E}{\rho}.$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Prawo Ohma podaje związek pomiędzy natężeniem prądu i , różnicą potencjałów V (w przypadku prądu stałego) lub spadkiem napięcia skutecznego (w przypadku prądu zmiennego) oraz rezystancją $R = \text{const} !!!!$

Prawo to nazywają również prawem Ohma w postaci całkowej.

Prawo Ohma możemy w zależności od potrzeby zapisać na trzy sposoby:

$$i = \frac{V}{R}; \rightarrow V = i \cdot R; \rightarrow R = \frac{V}{i}.$$

Należy podkreślić, że prawo Ohma spełnia się jedynie dla przypadku, gdy rezystancja $R(V)$ nie zależy od wartości napięcia, przyłożonego do rezystora. Wzrost przyłożonego napięcia powoduje wzrost natężenia prądu, płynącego przez rezystor. Tym samym, zgodnie z prawem Joule'a, wzrasta moc i energia, wydzielane poprzez przepływ prądu w rezystorze:

$$P = I^2 \cdot R$$

$$W = I^2 \cdot R \cdot t$$

Może to doprowadzić do wzrostu temperatury rezystora, a tym samym zmienić rezystancję obwodu.

Inżynieria materiałowa-wstęp



R_{zimn}



R_{gor}

$R_{zimn} \ll R_{gor}$

Elektrony wewnątrz przewodnika cały czas poruszają się ruchem cieplnym. Po załączeniu pola elektrycznego uzyskują one dodatkowo prędkość unoszenia, która przy temperaturach zbliżonych do pokojowej jest o wiele mniejsza, niż prędkość ruchu cieplnego:

$$v_u \ll v_{ciep}$$

Ruch cieplny opisywany jest w mechanice klasycznej (kinetyczna teoria gazów) jako ruch cząsteczek gazu idealnego. Średnia droga swobodna cząsteczki, w naszym przypadku – elektronu, wynosi:

$$\lambda_{sr} = v_{ciep} \cdot \bar{\tau}, \rightarrow \bar{\tau} = \frac{\lambda_{sr}}{v_{ciep}}, \rightarrow \rho = \frac{2m_e}{e^2 n \bar{\tau}} = \frac{2m_e v_{ciep}}{e^2 n \lambda_{sr}}.$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Z kinetycznej teorii gazów wynika również, że średnia energia kinetyczna cząsteczki (w przypadku prądu - elektronu):

$$\frac{m_e v_{ciepln}^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

$$\bar{v}_{ciepln} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

Podstawiając tą wartość do wzoru na rezystywność uzyskamy:

$$\rho = \frac{2}{e^2 n \lambda_{sr}} \sqrt{3m_e kT}. \quad (f)$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Ze wzoru (f) wynika, że rezystywność powinna wzrastać wraz ze wzrostem temperatury jako:

$$\rho \approx \sqrt{T}.$$

Z doświadczeń wynika, że rezystywność większości metali wykazuje liniową zależność od temperatury. W pobliżu temperatury pokojowej zależność tą można przedstawić wzorem:

$$\rho_T = \rho_{293K} \{1 + \alpha(T - 293)\}. \quad (g)$$

Gdzie α - temperaturowy współczynnik rezystywności,

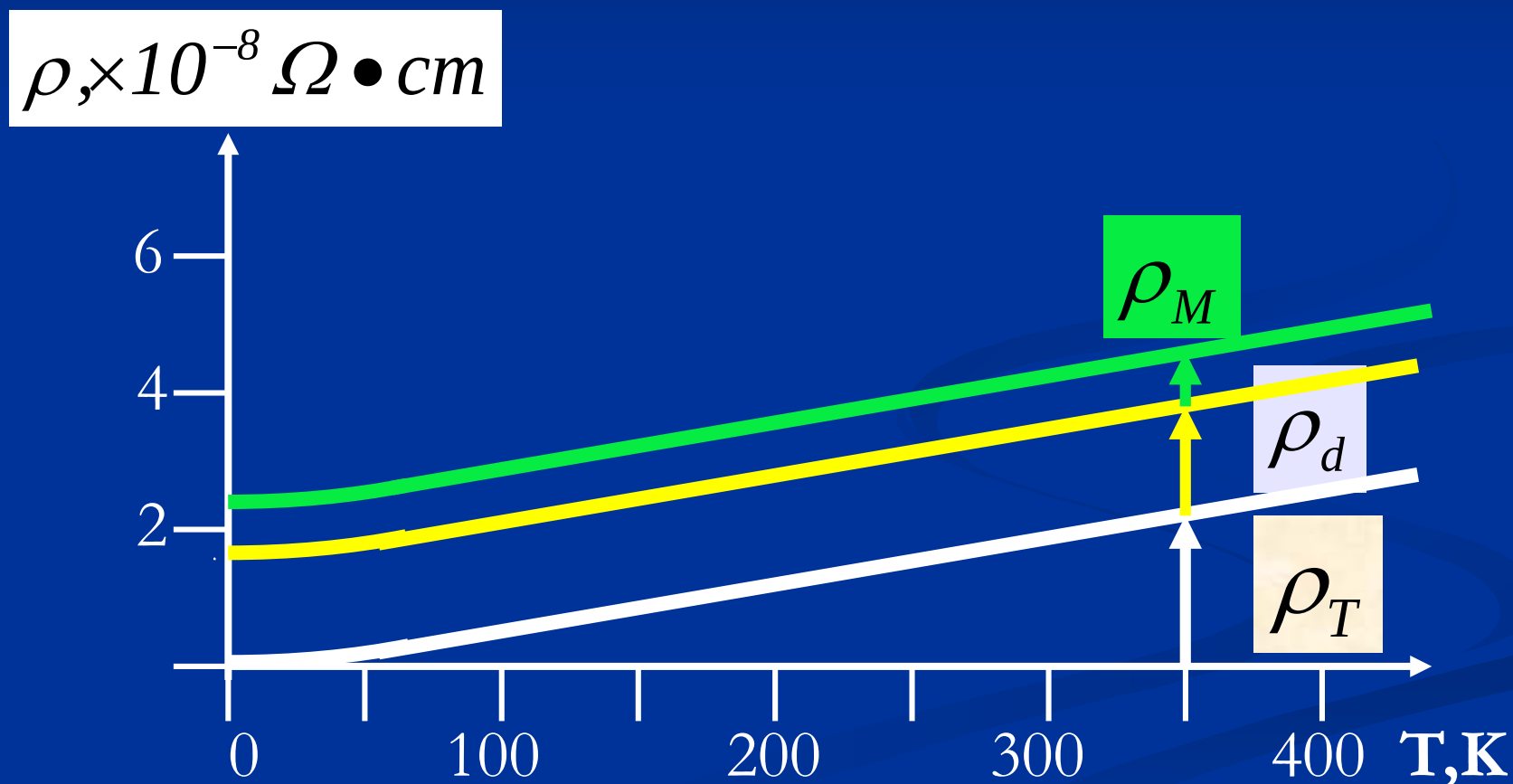
ρ_{293}, ρ_T - rezystywności danego metalu przy temperaturze odniesienia 293K oraz przy temperaturze T.

Na podstawie doświadczeń ustalono, że rezystywność metali zależy od temperatury T , czystości metalu (zawartości zanieczyszczeń) N_D oraz od zawartości odkształceń mechanicznych N_M powstających podczas produkcji przewodów, szyn, żył kabli i innych wyrobów.

Wypadkowa rezystywność jest sumą trzech składowych:

$$\rho = \rho(T) + \rho(N_D) + \rho(N_M)$$

Zależność rezystywności miedzi od temperatury



Inżynieria materiałowa-wstęp

Ustalona na podstawie doświadczeń liniowa zależność rezystywności metali od temperatury oznacza, że nie możemy traktować elektrony jako gaz idealny, to znaczy zgodnie z zasadami kinetycznej teorii gazów, z której wynika, że:

$$\rho \approx \sqrt{T}.$$

ponieważ z doświadczeń wynika, że:

$$\rho \approx T$$

Inżynieria materiałowa-wstęp

Na podstawie pomiarów masy elektronów w różnych metalach ustalono, że może ona być zarówno większa (Be, Li, Na), jak i mniejsza (Al, Zn) niż masa elektronu w próżni. Na przykład:

Be - masa efektywna = 1,6 masy elektronu w próżni

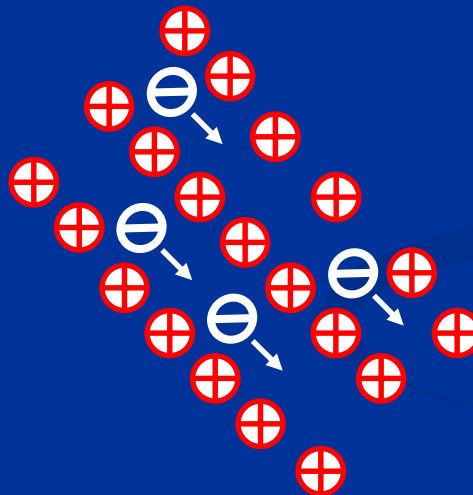
Li – 1,2

Na – 1,2

Cu – 1,0

Al – 0,97

Zn – 0,85



Wyjaśnić te i wiele innych różnic pomiędzy
wynikami doświadczalnymi a klasyczną teorią
przewodnictwa pozwala

mechanika kwantowa

■ Podstawy mechaniki kwantowej

Formuła Plancka

Podstawy mechaniki kwantowej założył Max Planck w roku 1900. Nagrzane ciało promieniuje światło. Żeby opisać widmo promieniowania, zaproponował on wzór, nazywany obecnie formułą Plancka:

$$R_{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}.$$

Wyniki jego obliczeń widm za pomocą tej formuły doskonale zgadzały się z wynikami doświadczalnymi.

Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej

- Na podstawie porównania swojej formuły z wynikami doświadczalnymi Max Planck obliczył wartości wchodzących w nią współczynników i uzyskał swój wzór w postaci:

$$R_{\lambda} = \frac{2\pi h v^5}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hv}{kT}\right) - 1}. \quad (1)$$

- Gdzie h – stała Plancka, c – prędkość światła w próżni, v – częstotliwość światła. Z analizy wzoru (1), dokonanej przez Plancka wynika, że światło jest emitowane w postaci kwantów o energii:

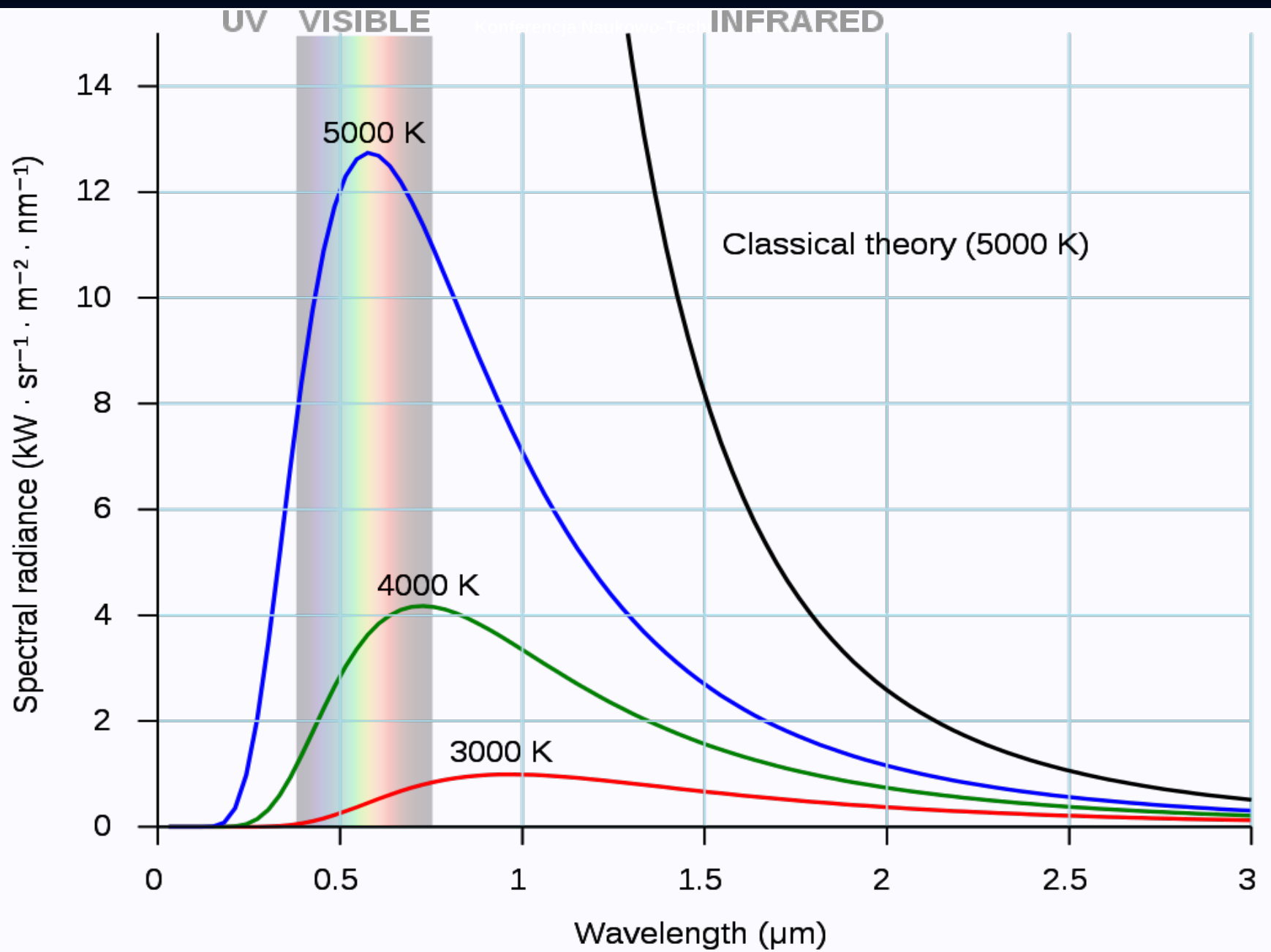
$$E_1 = hv$$

- Przy czym może być wyemitowana tylko całkowita liczba kwantów:

$$E_n = nhv, \rightarrow n = 1, 2, 3, \dots$$

- Stała Plancka h wchodzi prawie we wszystkie formuły mechaniki kwantowej !!!

W roku 1918 Max Planck za odkrycie kwantów energii uzyskał Nagrodę Nobla.



Model Bohra dla atomu wodoru

Wychodząc z planetarnego modelu atomu, zaproponowanego przez Ernsta Rutherforda (Nagroda Nobla w 1908 r.)

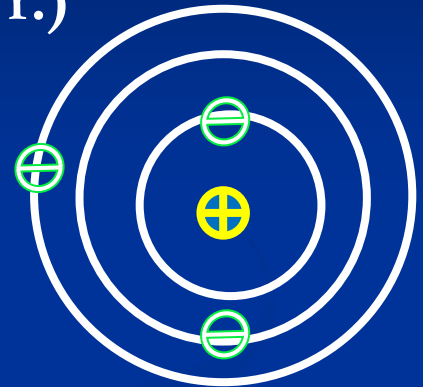
Na tej podstawie Niels Bohr w roku 1912 opracował model atomu wodoru.

Bohr wprowadził dwa postulaty:

1. W atomie są wybrane orbity stacjonarne poruszając się po których elektron nie zmienia swojej energii.
2. Przy przejściu z jednej orbity stacjonarnej na drugą elektron emituje lub pochłania kwant energii:

$$h\nu = E_k - E_j,$$

W modelu tym elektrony poruszają się po orbitach kołowych.

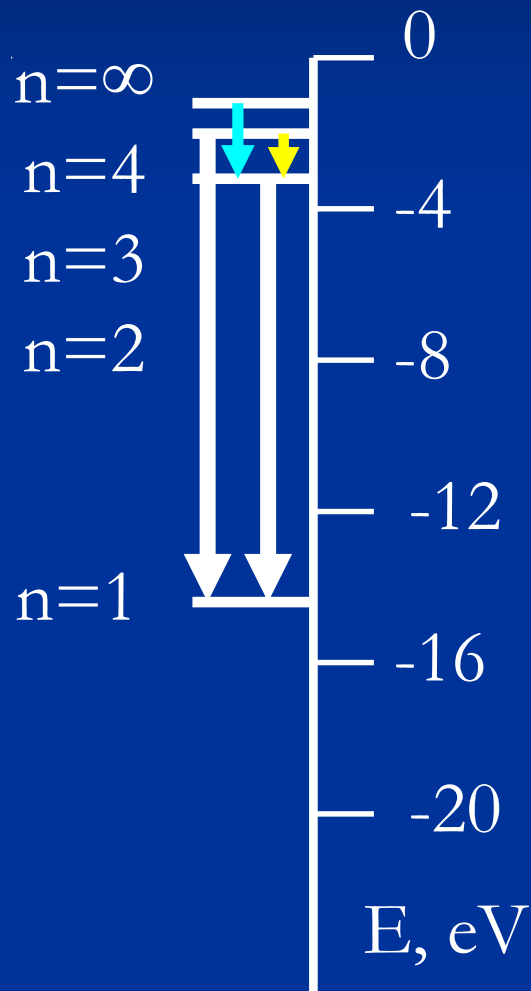


Z modelu Bohra wynika, że energie orbit stacjonarnych (dozwolonych stanów elektronów) wynoszą:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2},$$

Gdzie: $n=1,2,3\dots$ -nazywana jest główną liczbą kwantową. Elektron, przeskakując ze stanu o głównej liczbie kwantowej j do stanu o głównej liczbie kwantowej k emituje lub pochłania kwant o energii:

$$h\nu_{j,k} = E_j - E_k = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$



W mechanice kwantowej, ze względu na bardzo małe wartości energii kwantów stosują jednostkę energii **1elektronowolt** – jest to energia, którą uzyskuje elektron przechodząc różnicę potencjałów 1V.

$$1eV = e \cdot 1V = 1,6 \cdot 10^{-19} J$$

Niels Bohr porównał wyniki obliczeń energii kwantów atomów wodoru według swojego wzoru ze znanymi ze wcześniejszych badań doświadczalnych tych energii. Porównanie wykazało bardzo wysoką ich zgodność.

Za to odkrycie uzyskał on w roku 1922 nagrodę Nobla.

Fale De Broglie

Założył on, że cząsteczka, na przykład – elektron, może zachowywać się jak fala. Energię cząsteczki można zapisać w taki sam sposób jak i energię kwantu światła:

$$E = h\nu$$

W przypadku, gdy cząsteczka posiada jedynie energię kinetyczną, z jego wyliczeń wynikało, że długość takiej fali wynosi:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

W roku 1929 uzyskał on Nagrodę Nobla.

Odkrycie to pozwoliło wytłumaczyć sens orbit stacjonarnych Bohra. A mianowicie, główna liczba kwantowa to liczba długości fali De Broglie wzdłuż stacjonarnej orbity elektronu.

Istnienie fal De Broglie zostało bardzo szybko potwierdzone doświadczalnie.

W roku 1937 Davisson i Thomson uzyskali za to Nagrodę Nobla.

Dalsze badania wykazały, że gdy główna liczba kwantowa n jest większa od jedności, elektron może poruszać się i po orbitach eliptycznych. Ilość tych orbit określa orbitalna liczba kwantowa, oznaczana literą l . Wartość orbitalnej liczby kwantowej l :

$$l=0,1,2,3,\dots,n-1.$$

Kwantowanie liczby orbitalnej powoduje pewne zmiany energii elektronu. Energie dla orbity kołowej i orbit eliptycznych są różne.

Po umieszczeniu atomu w polu magnetycznym dla przypadków orbit eliptycznych występuje kwantowanie ustawienia płaszczyzny orbity w stosunku do wektora indukcji pola magnetycznego.

Można to wyrazić za pomocą magnetycznej liczby kwantowej m :

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l.$$

Powoduje to dalsze zmiany energii elektronu w porównaniu ze stanem podstawowym określanym główną liczbą kwantową n . Również sam elektron, jak okazuje się, nie jest ładunkiem punktowym. Ładunek ten wiruje dookoła własnej osi. W polu magnetycznym oś elektronu może ustawić się wzdłuż pola lub w kierunku przeciwnym. Stany te opisywane są liczbą kwantową spinu. Liczba spinowa oznaczana jest literą s i może przybierać wartości $+1/2$ oraz $-1/2$.

Największy wpływ na wartość energii elektronu w atomie ma główna liczba kwantowa n , mniejszy – liczba orbitalna l , jeszcze mniejszy – liczba magnetyczna m a najmniejszy z nich – spin elektronu s . Możemy zapisać:

$$E(n) \gg E(l) \gg E(m) \gg E(s)$$

Elektrony, które mają jednakowe liczby kwantowe – główną n , orbitalną l oraz magnetyczną m , a różnią się jedynie liczbą spinową s , mają niewielką różnicę energii.

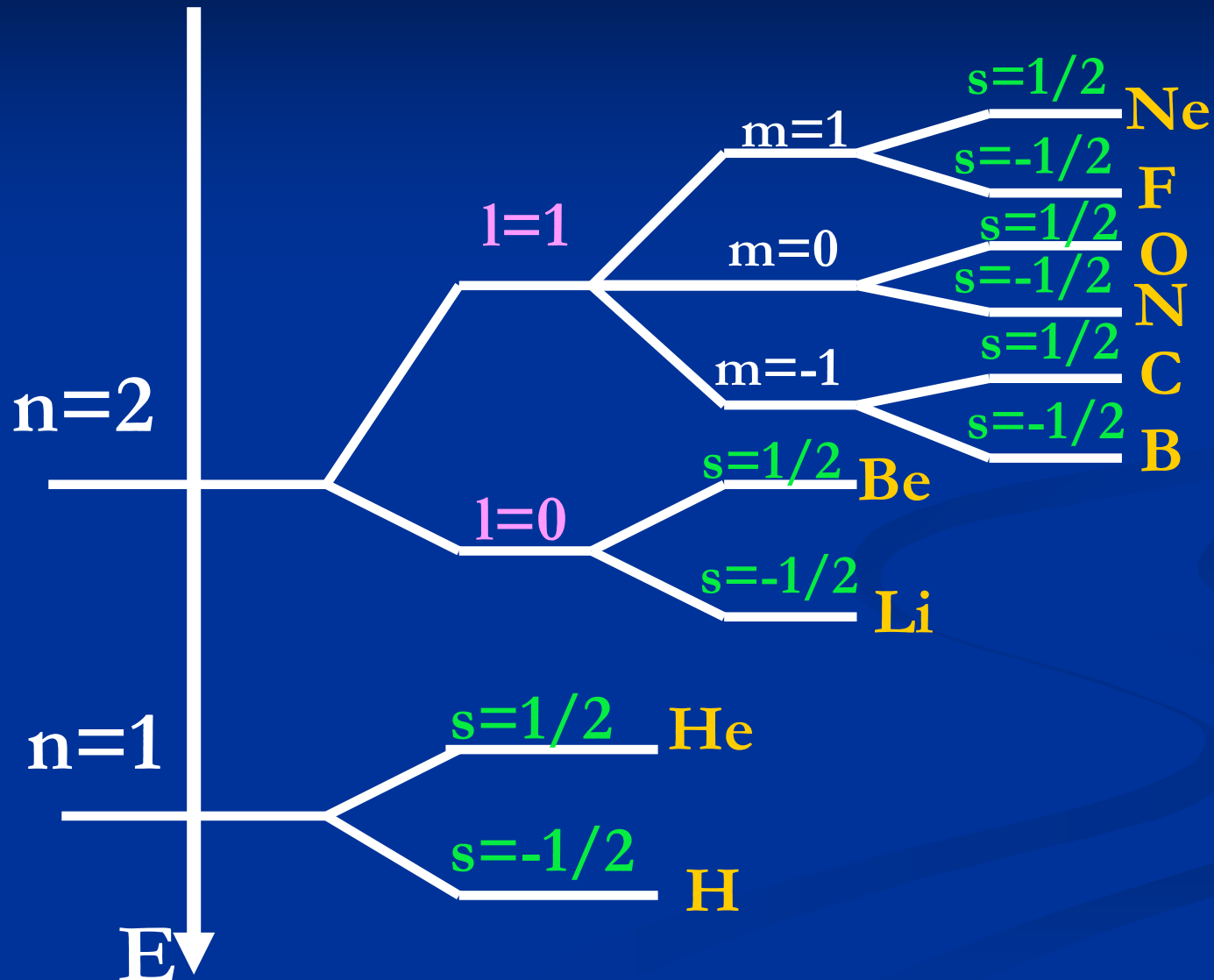
Zasada Pauliego

W danym stanie kwantowym, określanym czterema liczbami kwantowymi n, l, m, s może znajdować się nie więcej niż jeden elektron, a jego energia jest funkcją tych liczb kwantowych:

$$E(n, l, m, s) = f(n, l, m, s).$$

W roku 1944 Wolfgang Pauli uzyskał za to odkrycie Nagrodę Nobla.

Układ okresowy pierwiastków



Elementy mechaniki kwantowej ciała stałego

Przy odpowiednio wysokich temperaturach każdy z pierwiastków znajduje się w stanie gazowym.

W stanie gazowym atomy znajdują się na dużych odległościach jeden od drugiego i oddziaływanie pomiędzy nimi nie zachodzi.

Brak oddziaływania oznacza to że każdy atom danego pierwiastka, znajdującego się w postaci gazowej posiada takie same stany kwantowe i odpowiadające im wartości energii, jak i pozostałe atomy w gazie.

Inaczej mówiąc, wszystkie atomy danego pierwiastka w stanie gazowym posiadają identyczne stany energetyczne.

- Przy obniżeniu temperatury gaz skrapla się i powstaje ciecz. Dalsze obniżenie temperatury powoduje przejście w stan ciała stałego.
- W stanie tym atomy za pośrednictwem swoich elektronów walencyjnych łączą się w sztywną sieć krystaliczną. Oznacza to, że w układ, powstały w wyniku połączenia się N atomów w ciało stałe wchodzi elektrony wszystkich atomów danego ciała.

Każdy pojedynczy atom posiadał stan o energii:

$$E(n, l, m, s) = f(n, l, m, s).$$

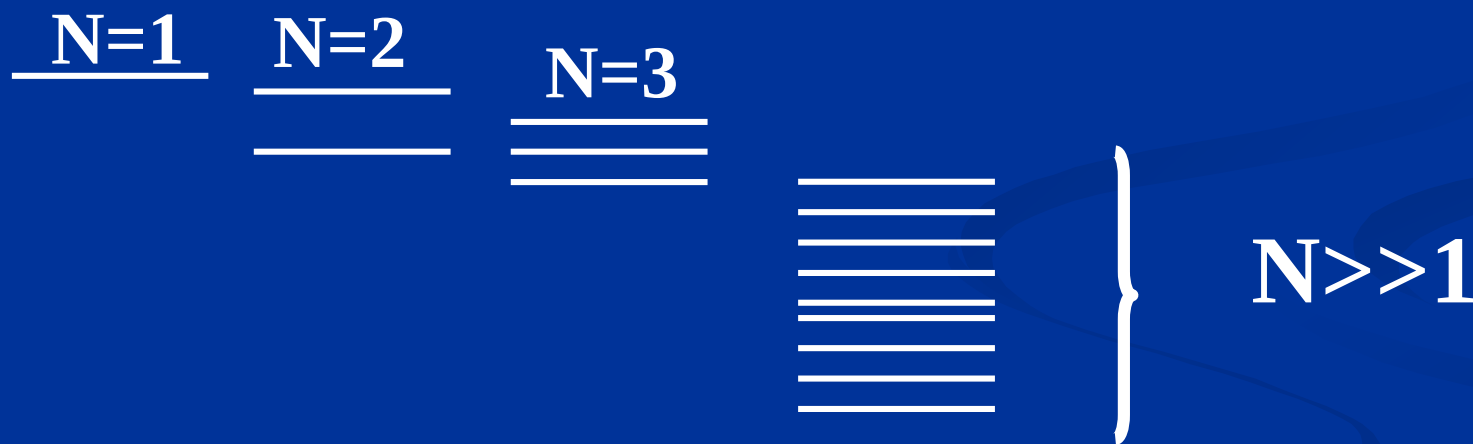
Po połączeniu N atomów w cało stałe, zgodnie z Zasadą Pauliego, tylko jeden elektron może posiadać taką energię!

A co z elektronami od pozostałych atomów?

Natura rozwiązała to w taki sposób – elektron, pochodzący od każdego następnego atomu posiada energię odrobinę inną (mniejszą lub większą), niż od poprzedniego.

W taki sposób w ciele stałym z pojedynczego stanu energii atomu powstaje N umieszczonych bardzo blisko siebie stanów.

Przekształcenie poziomów



Centymetr sześcienny ciała stałego zawiera $n \approx 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ atomów. Oznacza to, że z każdego pojedynczego stanu atomowego w ciele stałym powstanie $n \approx 5 \times 10^{22}$ stanów, na każdym z których może znajdować się nie więcej niż po jednym elektronie.

Typowy przykład metalu – lit (symbol chemiczny Li). Powłoka walencyjna pojedynczego atomu składa się z dwu stanów o liczbach kwantowych $n=2, l=0, m=0, s=-1/2, s=1/2$ i posiada jeden elektron.

W paśmie walencyjnym metalu Li znajdzie się $2N$ stanów oraz N elektronów. Zgodnie z zasadą minimum energii elektrony te zajmą dolną połowę pasma walencyjnego.

Metale

Atom Li

Metal Li

$N=1$

$N=2$

$N=3$



$2N$ stanów

N - pustych

N - zajętych

$S=1/2$

$S=-1/2$

$S=1/2$



$S=-1/2$

Przy włączeniu pola elektrycznego E na elektron w metalu zaczyna działać siła

$$F = eE$$

i elektron uzyskuje przyśpieszenie

$$a = eE/m$$

pod wpływem którego po czasie relaksacji τ osiąga prędkość

$$v = a\tau = eE\tau/m$$

i jednocześnie przechodzi odległość:

$$l = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{eE\tau^2}{2m}$$

Pod wpływem pola elektron uzyskuje energię kinetyczną

$$\Delta W = Fl = \frac{e^2 E^2 \tau^2}{2m}$$

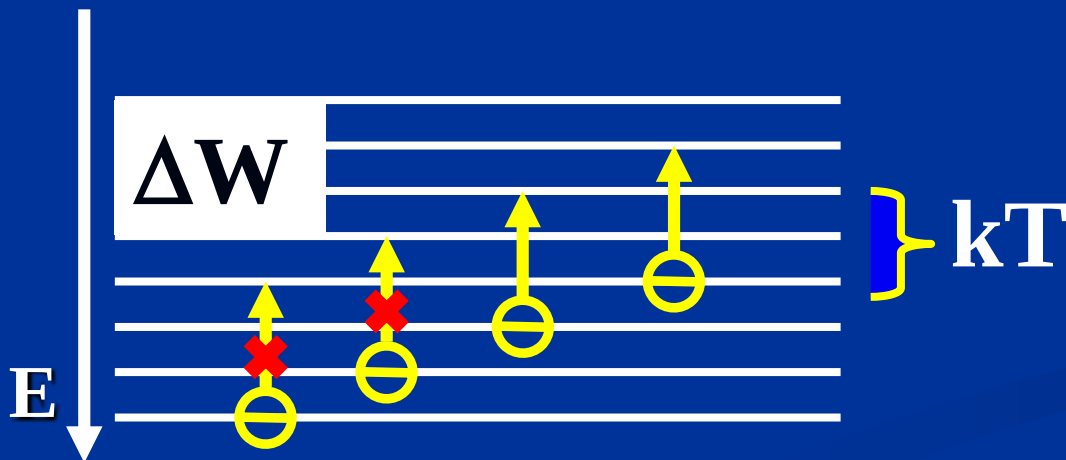
Oznacza to że oddziaływanie pola elektrycznego powoduje ciągły wzrost jego energii. Patrząc na strukturę pasma walencyjnego litu można zauważyć że pozyskać energię od pola mogą jedynie te elektrony,

które znajdują

się w pobliżu pustej (górnej)

części pasma

walencyjnego.



Ruch cieplny powoduje, że przy granicy podziału obsadzonej i nie obsadzonej części pasma walencyjnego powstaje strefa, w której elektrony przechodzą na wyższe stany. Jej szerokość

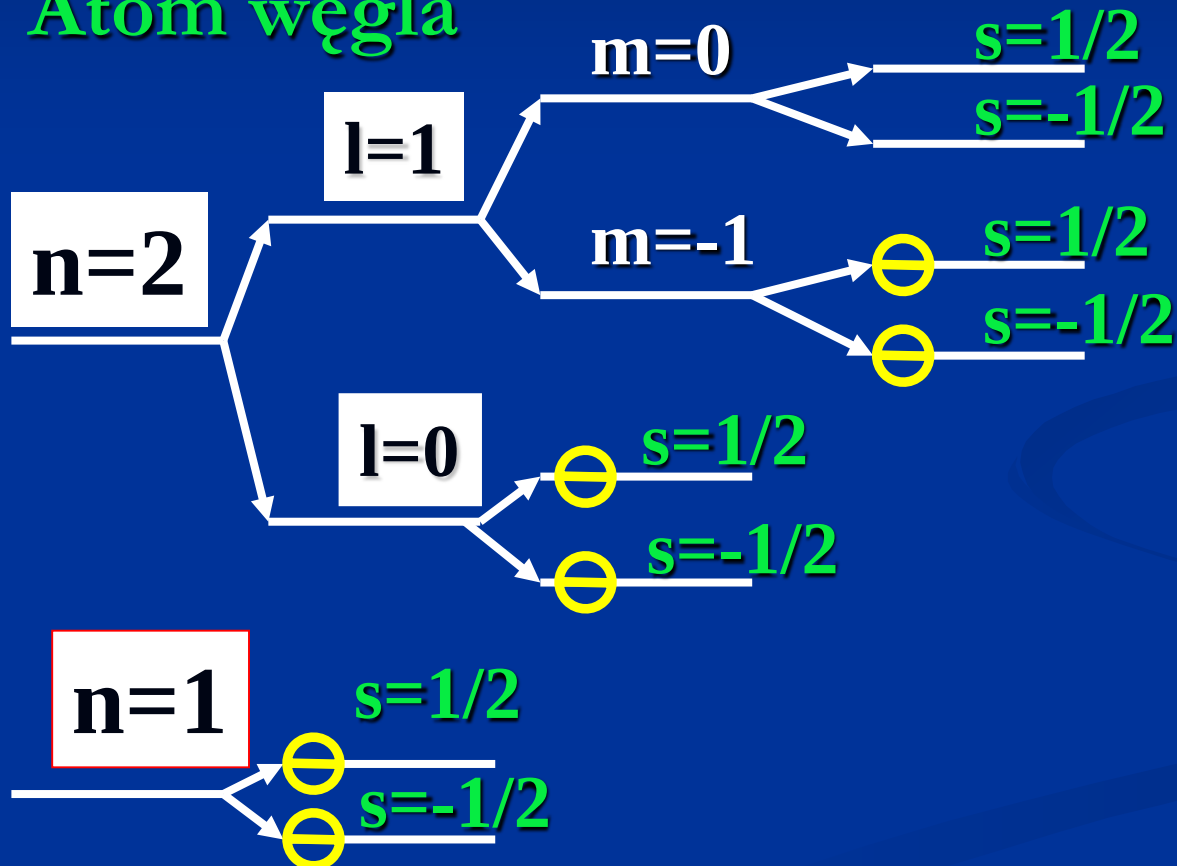
$$\Delta E \approx kT$$

Dla temperatury pokojowej (293K) wartość ta wynosi ok. 0,03eV co jest o wiele mniejsze niż szerokość pasma walencyjnego wynosząca ok. 1-2 eV. Oznacza to, że jedynie niewielka część elektronów pobiera energię od pola elektrycznego. Elektrony z tej strefy, uzyskując energię przechodzą na wyżej położone stany nie obsadzone przez elektrony.

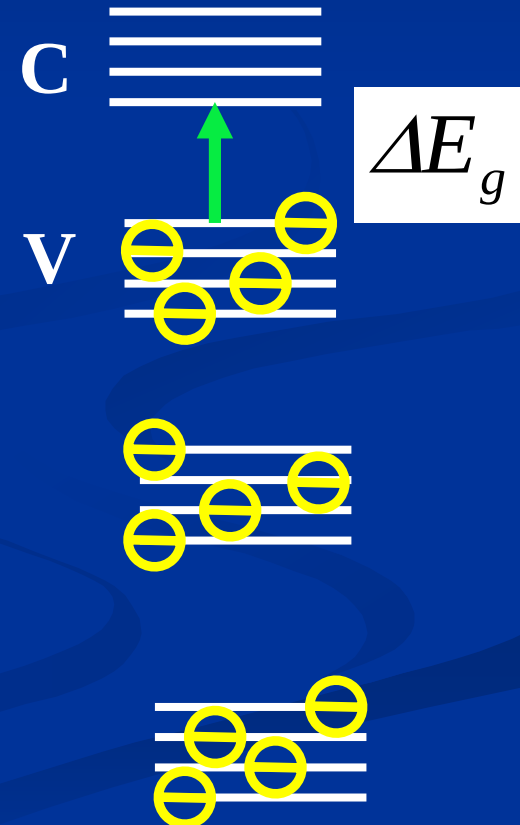
Elektrony znajdujące się niżej nie mogą pobrać energii od pola, ponieważ wyżej położone stany zajęte są przez elektrony.

Dielektryki

Atom węgla



Diament



Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej

W paśmie walencyjnym diamentu C wszystkie $2N$ stanów (poziomów) są zajęte przez elektrony. Ile poziomów – tyle elektronów. Oznacza to, że elektrony, znajdujące się w paśmie walencyjnym, nie mogą pobrać energii od pola elektrycznego, ponieważ najbliższe wolne poziomy, na które mogą one przejść pod wpływem pola elektrycznego są w paśmie przewodzenia V, które jest położone wyżej pasma walencyjnego diamentu o energię $\Delta E_g = 7,0 \text{ eV}$, nazywaną szerokością pasma zabronionego.

Elektron można przerzucić z pasma walencyjnego V do pasma przewodnictwa C za pomocą kwantów światła o energii większej niż ΔE_g . Wartości $\Delta E_g = 7,0 \text{ eV}$, charakterystycznej dla diamentu odpowiadają kwanty z obszaru nadfioletu. Dla tego diament i inne czyste dielektryki (na przykład – szkło) są przezroczyste dla światła (nie pochłaniają światło z obszaru widzialnego).

Półprzewodniki

Okazuje się, że typowy półprzewodnik krzem posiada taką samą strukturę pasmową, co i diament.

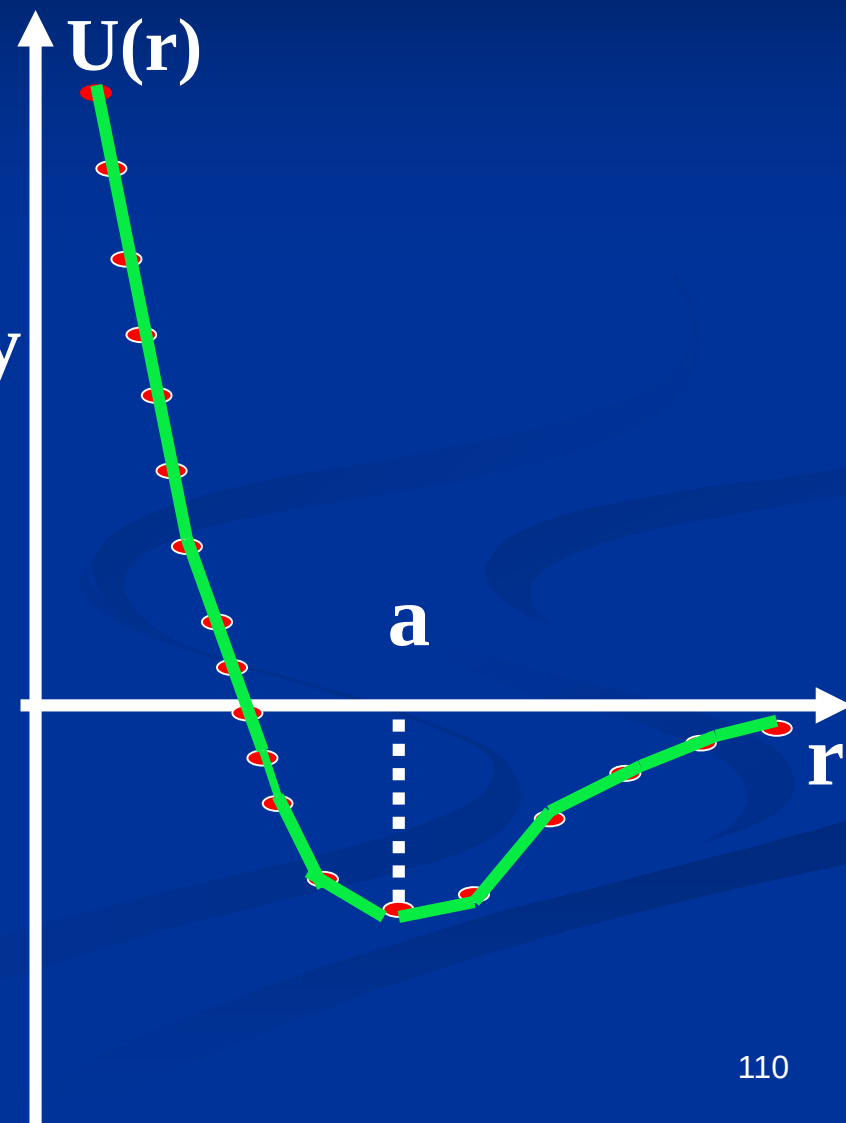
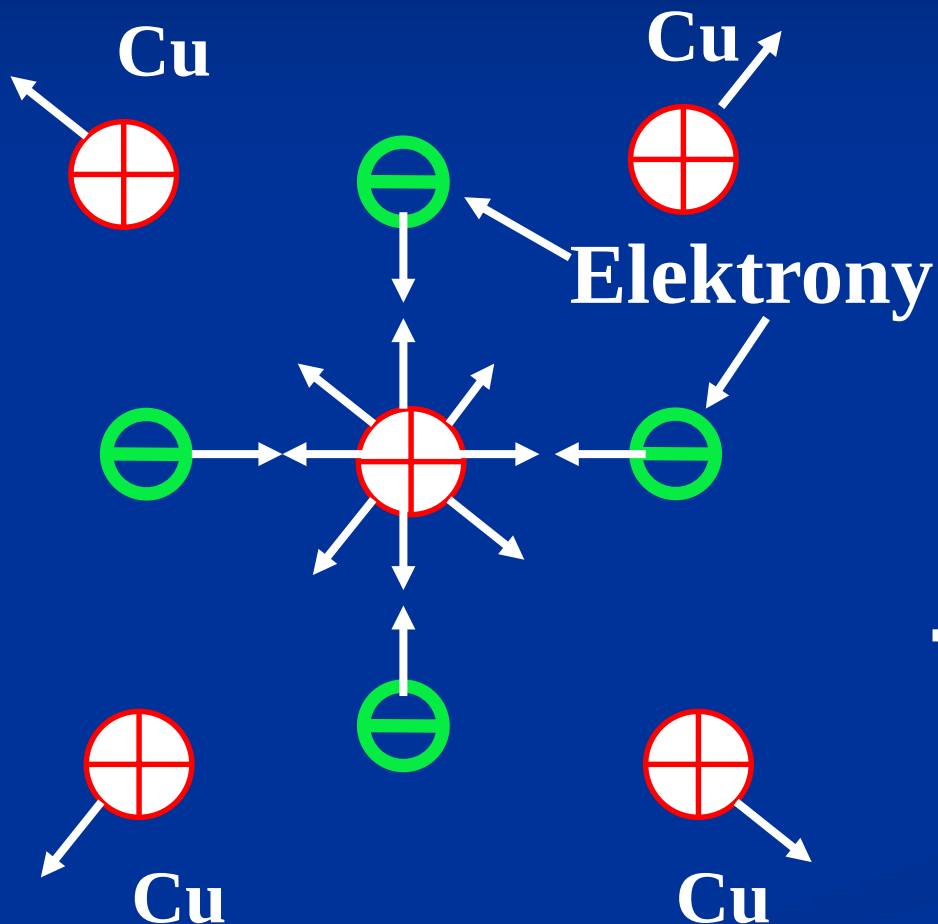
Na czym polega różnica pomiędzy dielektrykiem a półprzewodnikiem?

Dielektryk – szerokość pasma zabronionego ΔE_g powyżej 5 – 6 eV oraz bardzo wysoka rezystywność.

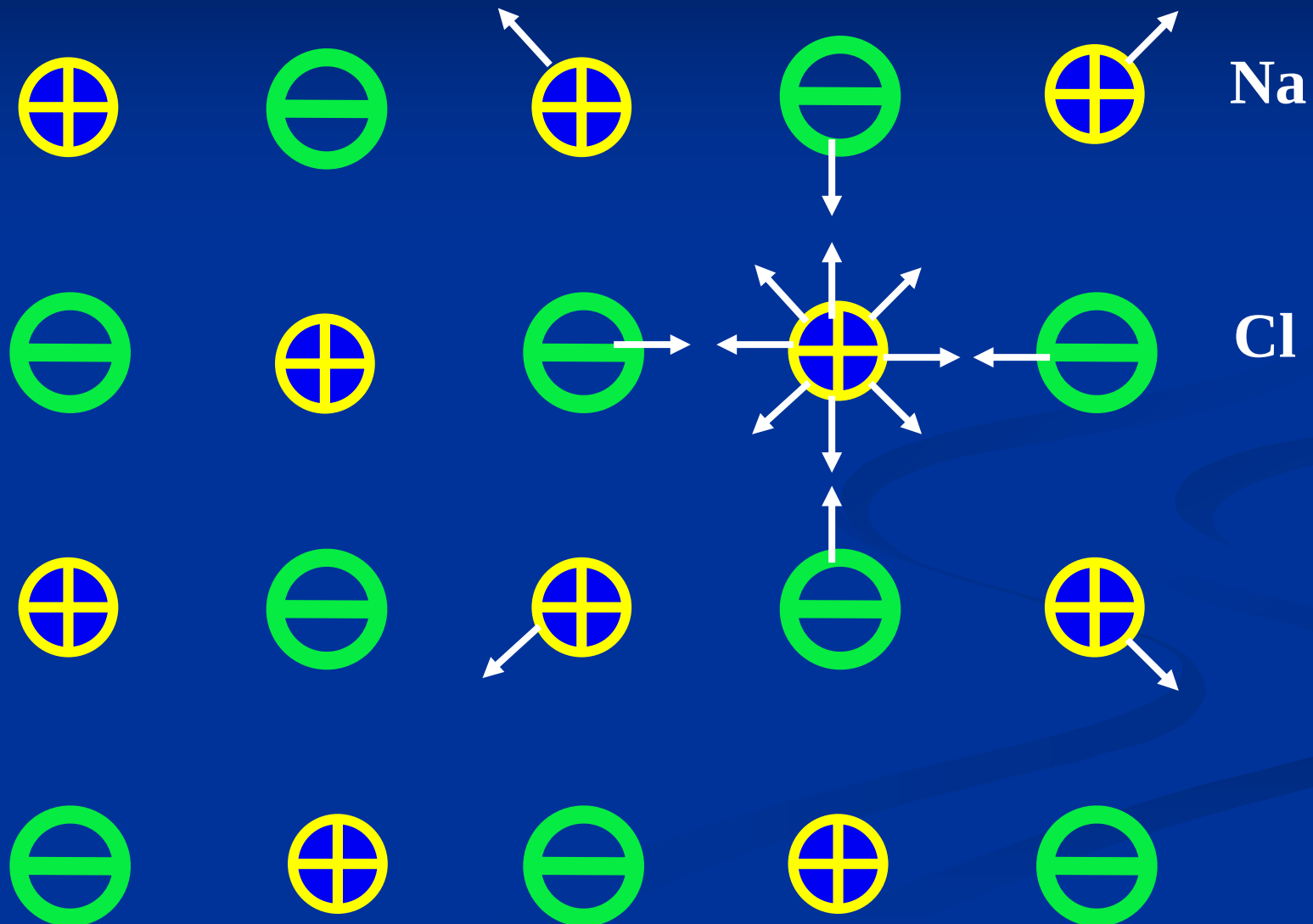
Półprzewodnik – szerokość pasma zabronionego ΔE_g od 0,05 eV do kilku eV oraz możliwość poprzez domieszkowanie (wprowadzenie niewielkich ilości atomów domieszkujących) doprowadzenia do gwałtownego wzrostu konduktywności.

Ciała krystaliczne

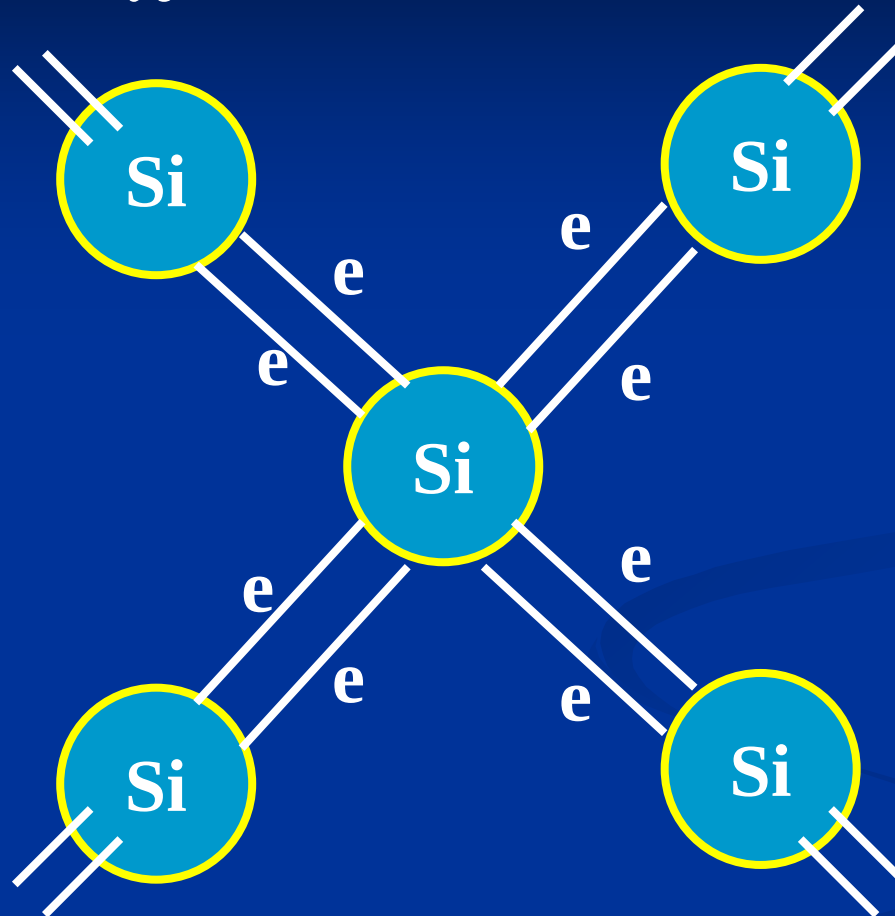
Wiązania metaliczne

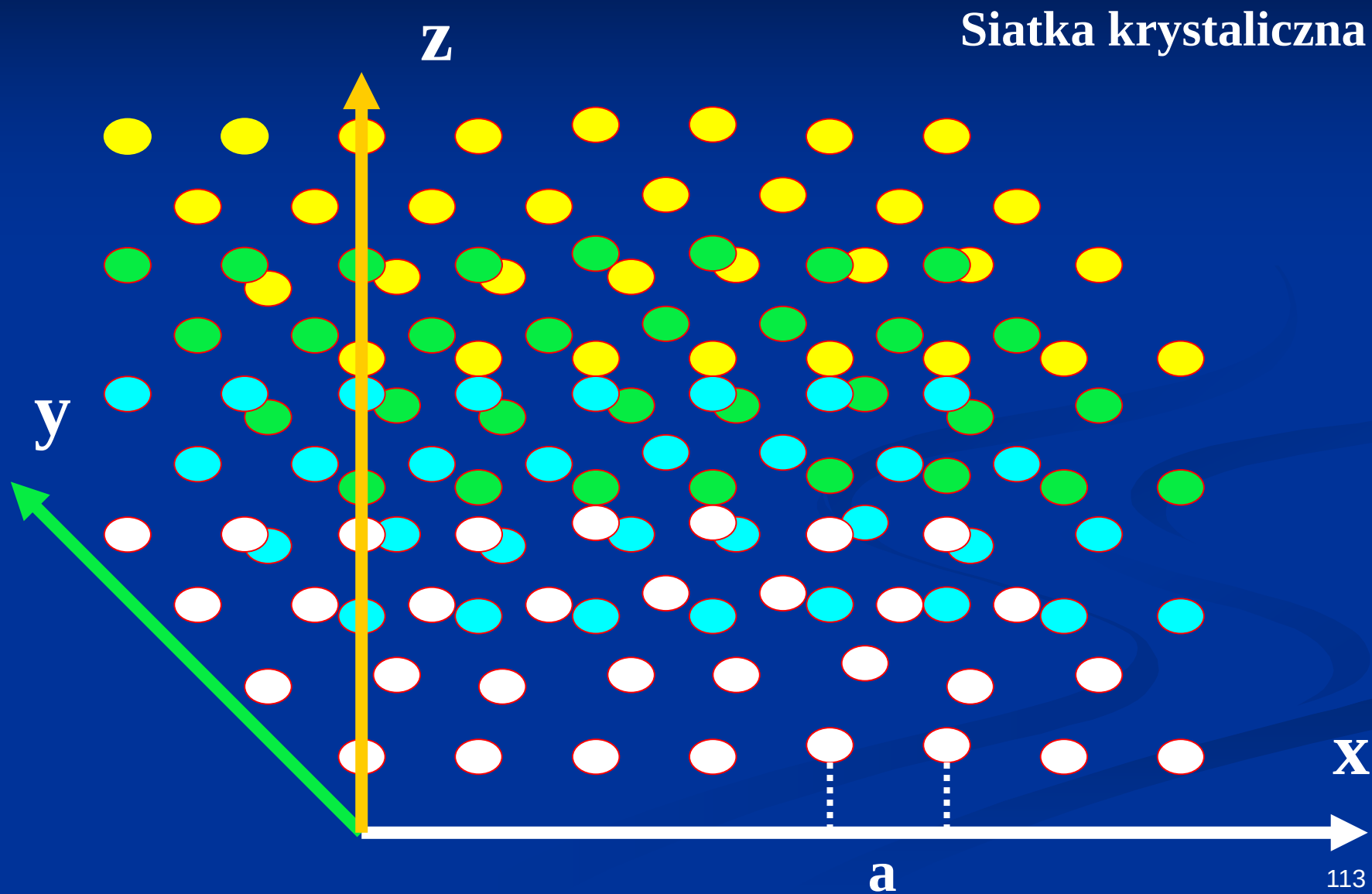


Wiązania jonowe

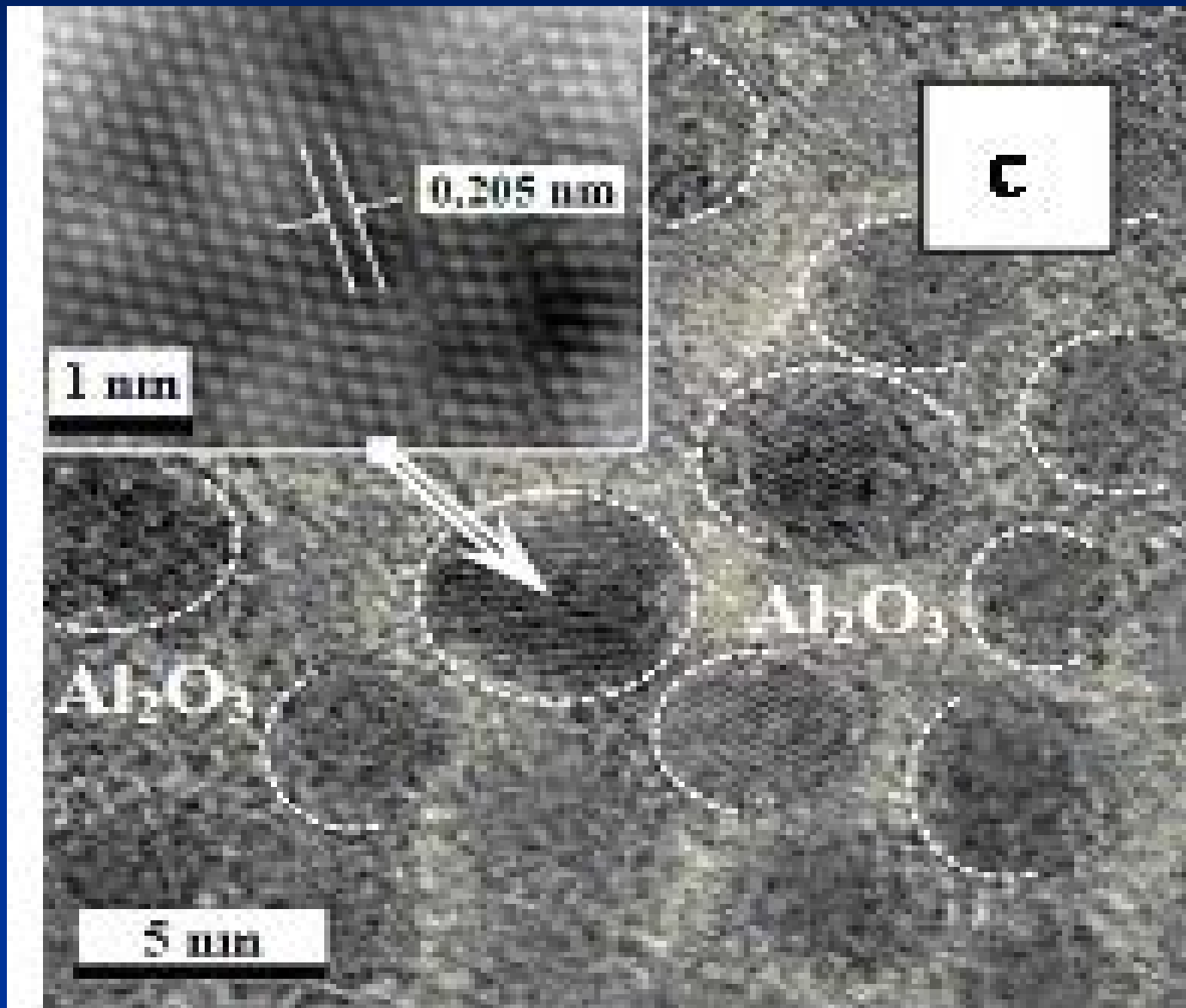


Wiązania kowalencyjne

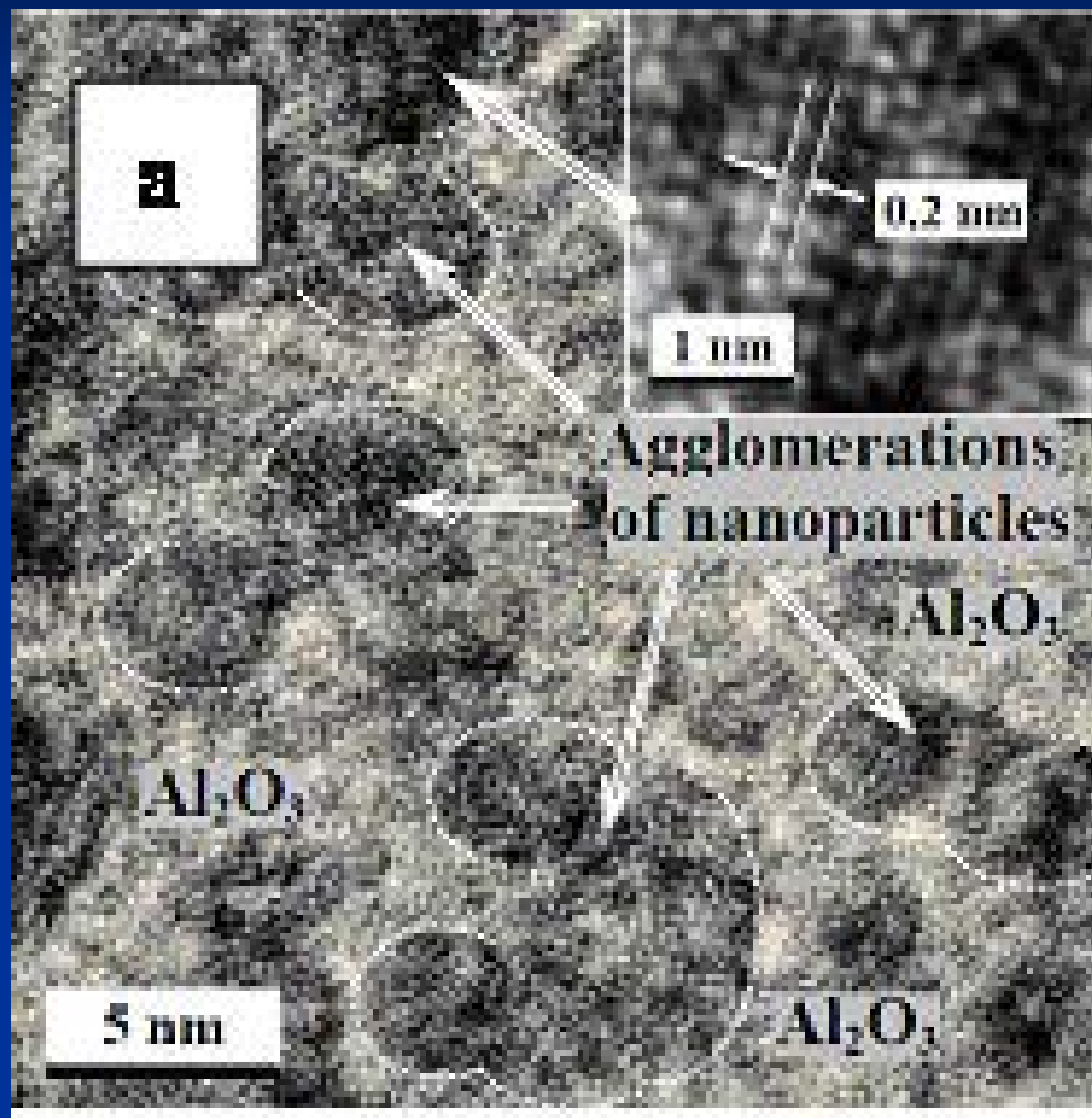




Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej



Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej



Układy siatek krystalicznych

Trójskośny :

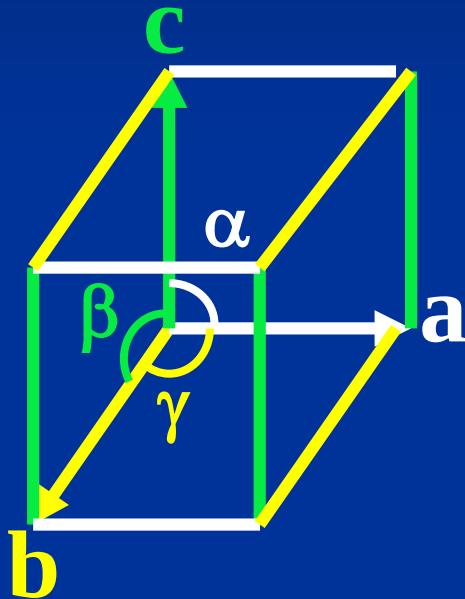
$$a \neq b \neq c;$$
$$\alpha \neq \beta \neq \gamma$$

Jednoskośny:

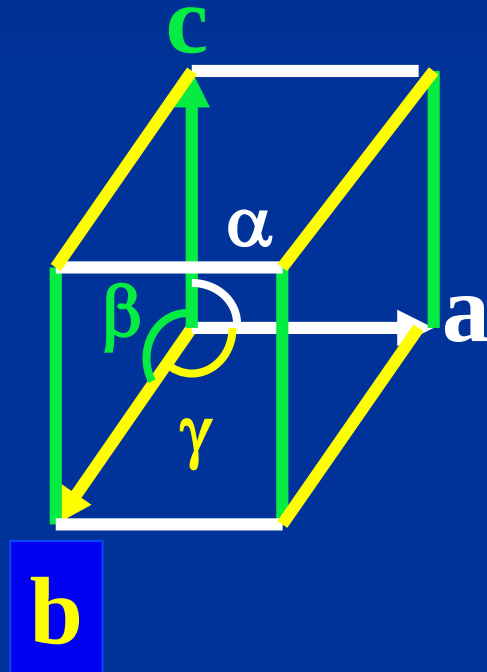
$$a \neq b \neq c;$$
$$\alpha = \gamma = 90^0 \neq \beta$$

Rombowy:

$$a \neq b \neq c;$$
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$$



Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej



Tetragonalny:

$$a = b \neq c;$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$$

**Romboedryczny:
(trygonalny)**

$$a = b = c;$$

$$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^0 \langle 120^0$$

Heksagonalny:

$$a = b \neq c;$$

$$\alpha = \beta = 90^0; \gamma = 120^0$$

Regularny:

$$a = b = c;$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$$

Inżynieria materiałowa-podstawy mechaniki kwantowej

Za odkrycia w dziedzinie mechaniki kwantowej Nagrody Nobla uzyskali:

1919 - Johannes Stark

1921 – Albert Einstein

1923 – Robert Millikan

1927 – Arthur Compton

1932 – Werner Heisenberg

1933 – Paul Dirac i Erwin Schrodinger

1954 – Max Born

1964 – Charles Townes, Nikolaj Basow i Aleksander Prochorow

1965 – Julian Schwinger, Richard Feynman i Sin Tomonaga

1972 – John Bardeen, Leon Cooper i Robert Schrieffer